

经济波动与增长论坛

第三届暑期学校初级班

# 第4讲：中国数据校准

---

授课人：刘 岩

2024年7月11日

# 本讲内容

---

- 模型与数据对应关系
- 基准RBC模型
  - 模型设定与对数线性化求解
  - 基于动态规划的非线性求解介绍
- 中国宏观数据序列与RBC模型校准
  - 标准化宏观数据序列趋势与周期特征
  - 参数校准与量化分析
- 中国宏观经济模型量化分析的挑战
  - 宏观数据序列的完善
  - 转移路径与全局非线性求解
  - 中国宏观经济的独特特征

# 模型与数据对应关系

---

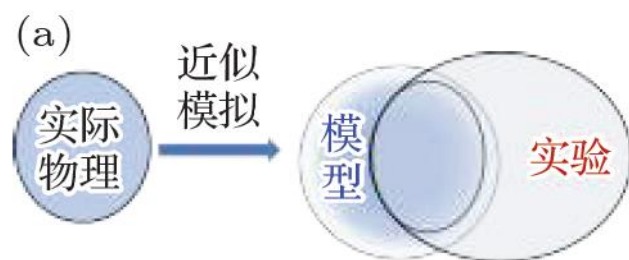
# 经济学研究的分类

- 类型维度：领域与问题  $\Rightarrow$  目的 + 方法 + 数据 + 导向
  - 领域与问题+目的/方法/数据决定了研究内容  $\Rightarrow$  即紫框中的内容
    - 表中所列为研究内容的基本类型，一篇论文至少一个类型，但类型组合也常见
  - **现代主流宏观经济学**：结构模型方法+宏微观观测数据+经济运行理论机制  $\Rightarrow$  配置效率评估+潜在政策干预

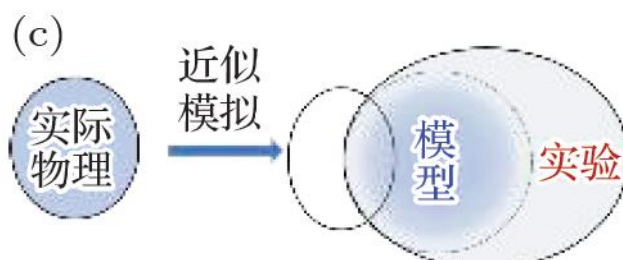
		方法							
		图表描述	约化模型	结构模型	受控实验	数理模型	文字论述		
目的	新事实	数据构建	统计分析	特征事实	描述统计			实证	导向
	新证据		因果识别	量化分析	统计检验				
	新理论			机制、效率与政策		思辨拓展	思辨拓展	理论	
		观测数据	观测数据	观测数据	实验数据	思想素材	思想素材		
		数据							

# 理论与实证的关系：现实(复杂而不可尽知)-实证检验-理论三者

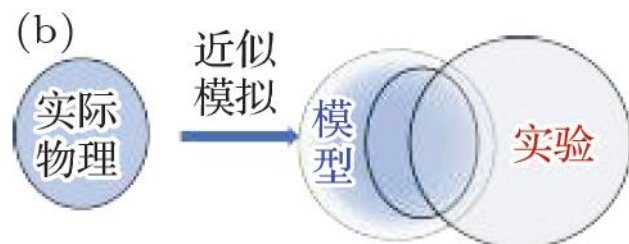
孙昌璞(2022) “当代理论物理发展趋势之我见”  
《物理学报》



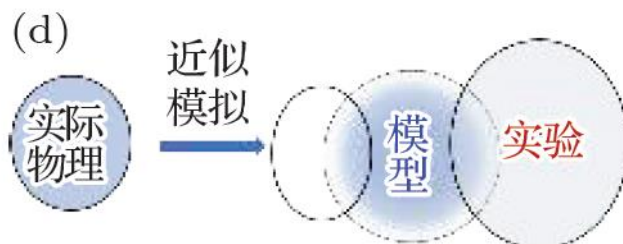
“一等实验” 准确证实好模型



“三等实验” 证实了 (坏) 模型



“二等实验” 近似地证实好模型



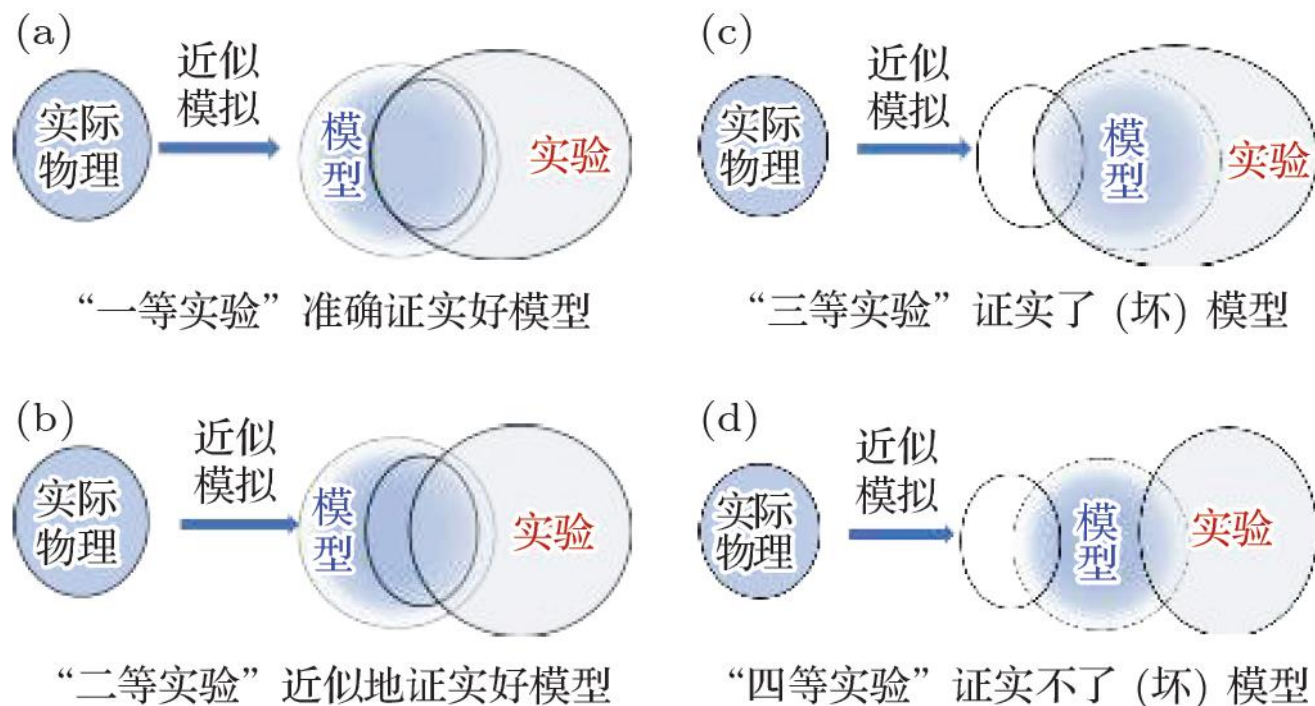
“四等实验” 证实不了 (坏) 模型

实际物理(现实)-模型(理论)-实验(实证)的“距离”

- a. 模型预言覆盖了实际系统的全部物理，实验正好证实了模型预言
- b. 虽然模型预言覆盖了实际系统理论结果的全部，但实验只是证实了基于模型预言的一部分
- c. 模型预言覆盖了关于实际系统理论结果的一部分，实验也只是证实了“模型预言”
- d. 模型预言不能覆盖实际系统物理的全部，实验也只是符合模型部分不准确预言，证实与否甚至与实际系统无关

# 理论与实证的关系：现实(复杂而不可尽知)-实证检验-理论三者

经济学中的现实-理论-实证三者关系可完全类比：  
立地，顶天



好的数据：能够真实、系统、简明的反映出现实经济问题及其关键特征

好的理论：能够涵盖现实中经济现象背后的机理，“顶天立地”

好的实证：能够准确识别理论模型的预测中与实际相符的部分——识别关键参数的合理取值，使得理论预测与现实观测一致

# 宏观经济学中的模型与数据

- 现代主流宏观经济学基于动态一般均衡的理论框架来理解现实中观察到的各类宏观经济现象
  - 动态一般均衡理论：强调微观主体最优跨期决策，在理性预期下，微观决策加总实现市场出清
    - 理性预期：Nash均衡概念的内在要求——单个决策者对其他决策者行为（策略）的预期，与所有行为决策的均衡状态相一致；每人的决策都是其他人决策的最优反应(best response)
    - 理性预期并不是字面上的行为人理性要求，而是理论上的逻辑自洽要求
    - 可以包含各种微观机制：不完全竞争，不完美信息，不完美市场，有限理性
- 每个具体的模型都提供了一个从参数 $\theta$ 到内生均衡变量 $X$ 的映射 $X = f(\theta)$
- 宏观经济学家任务是构建合适的模型，选择参数 $\theta^*$ ，使得模型产生的均衡变量 $X^* = f(\theta^*)$ 能拟合现实数据 $\{X_t\}$ 特征
  - 在此基础上做“思想实验”（反事实实验）：模型经济动态如何随 $\theta$ 而变？



# 宏观经济学模型、现实经济现象与参数的识别

- 模型参数空间为 $\Theta$ ，模型内生变量取值集合为 $\mathcal{X}$ ，模型均衡定义了映射 $f: \Theta \rightarrow \mathcal{X}$ ，即参数与内生变量的对应关系
  - $f(\Theta) \subset \mathcal{X}$ 为模型参数在均衡映射下的象集，表示模型能够产生的经济现象
- 假设现实经济现象为集合 $\mathcal{Y}$ ，则模型与现实的对应关系如下
  - 好的模型： $f(\Theta) \supset \mathcal{Y}$ ，即模型预测的现象，能够包括现实经济现象
  - 坏的模型： $f(\Theta) \not\supset \mathcal{Y}$ ，即模型预测的现象，不能够覆盖现实经济现象
- 模型参数的识别，意味着均衡映射可以求逆，即 $f^{-1}: \mathcal{X} \rightarrow \Theta$ 
  - 参数可识别：若对于具体现象 $y^* \in \mathcal{Y}$ ，存在唯一 $\theta^* \in \Theta$ ，使得 $y^* = f(\theta^*)$ 
    - 此时 $\theta^* = f^{-1}(y^*)$ 唯一确定
  - 参数不可识别：若对于具体现象 $y^* \in \mathcal{Y}$ ，不存在唯一 $\theta^* \in \Theta$ ，使得 $y^* = f(\theta^*)$ 
    - 情形1：坏模型，不存在 $\hat{\theta} \in \Theta$ 使得 $f(\hat{\theta}) = y^*$ ，即模型无法解释现实
    - 情形2：好模型，但存在多个 $\tilde{\theta} \in \Theta$ 使得 $f(\tilde{\theta}) = y^*$ ，即现实现象无法识别参数



# 基准RBC模型

---

模型设定与对数线性化求解

基于动态规划的非线性求解介绍

# RBC模型

---

- RBC模型是一个大的类别，以下考虑一个基准设定
  - King, R. G., C. I. Plosser, and S. T. Rebelo. 1988a. Production, Growth and Business Cycles: I. the Basic Neoclassical Model. *Journal of Monetary Economics* 21:195–232.
  - King, R. G., C. I. Plosser, and S. T. Rebelo. 1988b. Production, Growth and Business Cycles: II. New Directions. *Journal of Monetary Economics* 21:309–341.
  - King, R. G., and S. T. Rebelo. 1999. Resuscitating Real Business Cycles. Taylor, J. B. and M. Woodford (eds.), *Handbook of Macroeconomics*. Oxford: Elsevier.
- 关键特征：都可以写为一个最优增长模型——将动态均衡中多类决策者（家庭、企业等）的动态决策问题，写为一个社会计划者的单一动态最优化问题
- RBC模型校准：从数据特征确定模型参数选择
  - 经典参考文献：Cooley, T. F., and E. C. Prescott. 1995. Economic Growth and Business Cycles. Cooley, T. F. (ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*. Princeton University Press.

# 基准RBC模型设定

## ■ 代表性家庭

$$\begin{aligned} & \max_{\{C_t, I_t, N_t\}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [b \log(C_t) + (1-b) \log(1-N_t)] \\ & \text{s.t. } C_t + I_t \leq w_t N_t + r_t K_t + \pi_t, \quad K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \\ & \text{给定 } w_t, r_t, \pi_t, \forall t \geq 0, \text{ 以及 } K_0 \end{aligned}$$

## ■ 代表性企业

$$\begin{aligned} & \pi_t = \max_{K_t, N_t} Y_t - w_t N_t - r_t K_t \\ & \text{s.t. } Y_t = e^{z_t} (1+\gamma)^t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}, \quad z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \quad \forall t \geq 0 \end{aligned}$$

□ 其中 $\gamma$ 为TFP  $A_t = e^{z_t} (1+\gamma)^t$ 的平均增速,  $z_t$ 为对数TFP的随机项,  $\varepsilon_t$ 为iid冲击

## ■ 市场出清条件

$$Y_t = C_t + I_t, \quad \forall t \geq 0$$

# 等价的最优增长模型

- 将价格全部替换，得到单部门随机最优增长模型

$$\begin{aligned} & \max_{\{C_t, I_t, N_t\}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [b \log(C_t) + (1-b) \log(1-N_t)] \\ & \text{s.t. } C_t + I_t = e^{z_t} (1+\gamma)^t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}, \quad K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \\ & \text{给定 } z_{t+1} = \rho z_t + \varepsilon_{t+1}, \forall t \geq 0, \text{ 以及 } K_0, z_0 \end{aligned}$$

- 从  $K_0, z_0$  出发， $\{C_t, N_t, I_t, K_{t+1}, z_t\}_{t \geq 0}$  构成一个随机过程， $t$  期变量的分布为  $\mu_{0t}$ ，相应可以计算期望  $\mathbb{E}_0[b \log(C_t) + (1-b) \log(1-N_t)]$ ，进而计算折现期望效用
  - $\mathbb{E}_0$  中的下标 0，指整个随机过程的起点  $K_0, z_0$ ，即随机过程的后续分布  $\mu_{0t}$  取决于起点，表示一个条件分布
  - 一般的，用  $\mathbb{E}_{s,t}$  表示给定时间  $s$  条件下时间  $t$  时随机变量的期望，相应分布为  $\mu_{s,t}$ 
    - 进一步，用  $\mathbb{E}_t$  表示给定时间  $t$  条件下，后续时期随机变量的期望

# 等价的最优增长模型

---

- 参数取值的基本理论限制

$$\beta \in (0,1), \delta \in (0,1), \alpha \in (0,1), b \in (0,1), \gamma \in (0, \infty), \rho \in (0,1), \sigma_{\varepsilon} \in (0, \infty)$$

- 进一步限制： $\gamma$ 不能太高，以确保目标函数收敛

- 基本理论结论：此基准模型中，若参数满足上述限制，则上述增长模型存在唯一解，相应的RBC模型存在唯一竞争性均衡

- 非线性解的唯一性，需要使用动态规划理论

- 核心：动态规划问题存在唯一解，标准证明见Stokey and Lucas with Prescott (1989) *Recursive Methods in Economic Dynamics*

- 一个容易证明的结论：平衡增长路径（稳态）附近存在局部唯一的均衡，可对数线性化并直接验证BK条件得到满足；见第一届暑期学校第2讲课件

# 模型求解：对数线性化

---

1. 求解平衡增长路径(balanced growth path)
2. 对所有增长变量去除趋势(detrend)
3. 对去除趋势后的模型均衡条件，围绕确定性稳态(deterministic steady state, ss)进行对数线性化(log-linearization)
4. 将对数线性化的均衡条件，整理为理性预期差分方程组，并进行求解，即将内生变量表示为前定状态变量与随机冲击变量的线性组合
  - 该组合通常是一个状态空间(state-space)模型的形式

# 基础RBC模型对数线性化解的形式

- 基础RBC模型对数线性化解的形式： $A, B$ 为基础参数所决定的系数矩阵

$$\begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ z_t \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \hat{k}_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_t \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{i}_t \\ \hat{n}_t \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ z_t \end{bmatrix} = BA \begin{bmatrix} \hat{k}_{t-1} \\ z_{t-1} \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_t \end{bmatrix}$$

- 重点：若 $\sigma_\varepsilon$ 很大，则 $\varepsilon_t$ 在模拟中随机抽样可能得到很大的负值，从而导致均衡变量，如 $\hat{c}_t$ 取值小于 $-1$ ；但这意味着

$$\hat{c}_t = \log \frac{C_t}{\bar{C}} \approx \frac{C_t - \bar{C}}{\bar{C}} < -1 \Leftrightarrow C_t - \bar{C} < -\bar{C} \Leftrightarrow C_t < 0$$

- 此时，对数线性化求解无意义！

- 与此不同，若 $\hat{i}_t < -1$ ，则 $I_t < 0$ ，即最优决策是降低资本存量，多消费

- 注意：对数线性化只能求解随机冲击取值“较小”时的模型均衡

- 例如，在NK模型中求解零利率下限约束(ZLB)模型，就不能使用对数线性化方法



# 基础RBC模型/最优增长模型的非线性递归求解：概要

- 最优增长模型中的最优化问题，可以写成如下递归(recursive)形式的Bellman方程：

$$V(K, A) = \max_{C, K', N} b \log(C) + (1 - b) \log(1 - N) + \beta \mathbb{E}[V(K', A') | A]$$

$$\text{s.t. } C + K' - (1 - \delta)K = AK^\alpha N^{1-\alpha},$$

$$\log(A') = \log(1 + \gamma) + \log(A) + z' - z, \quad z' = \rho z + \varepsilon'$$

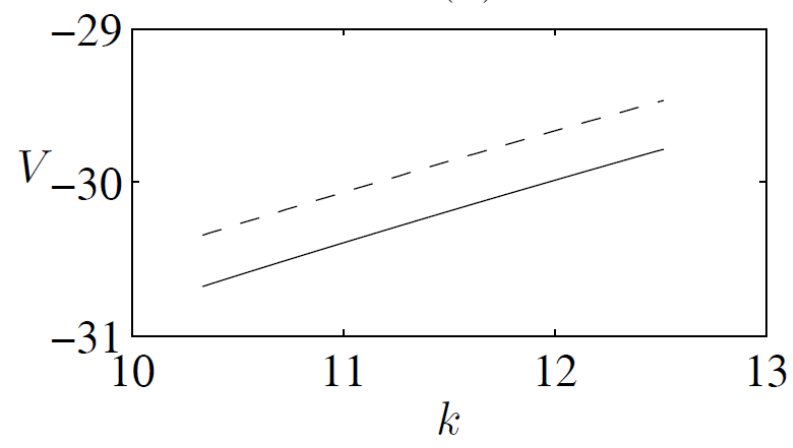
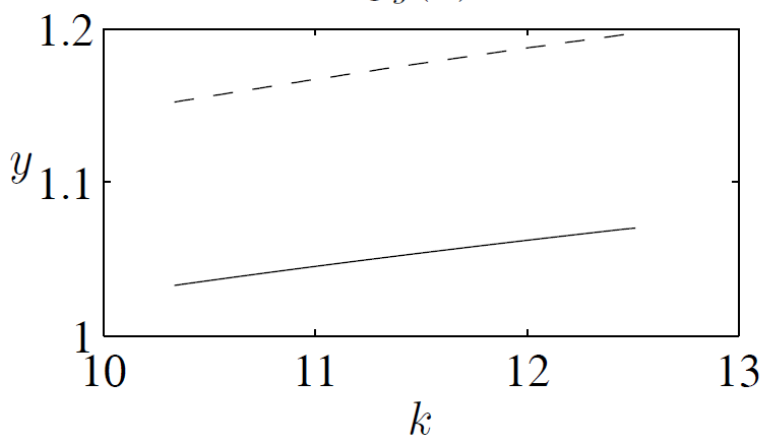
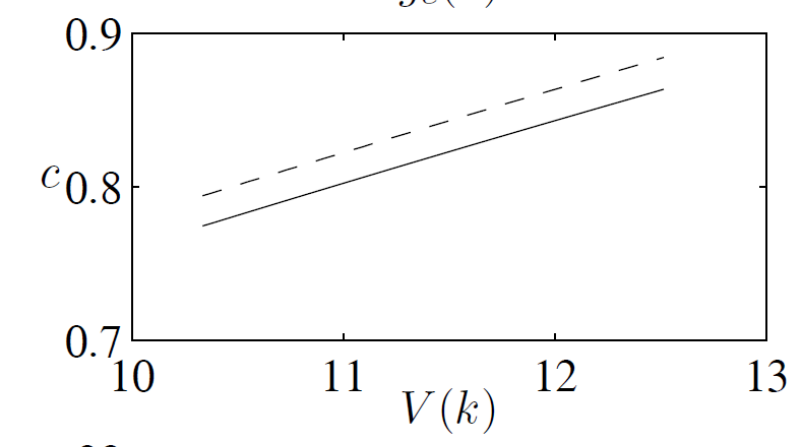
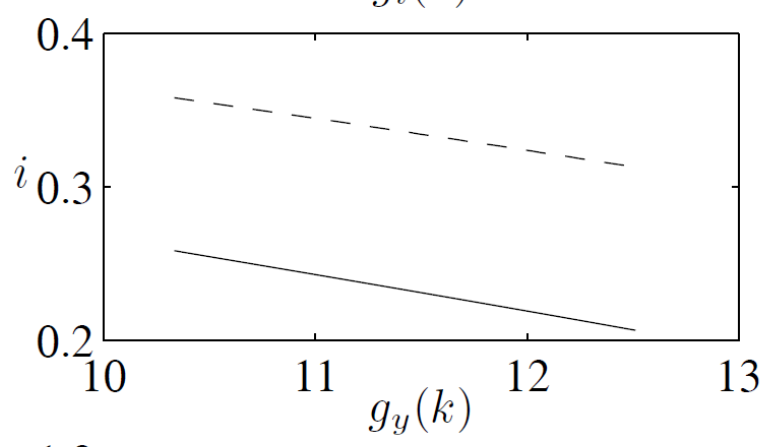
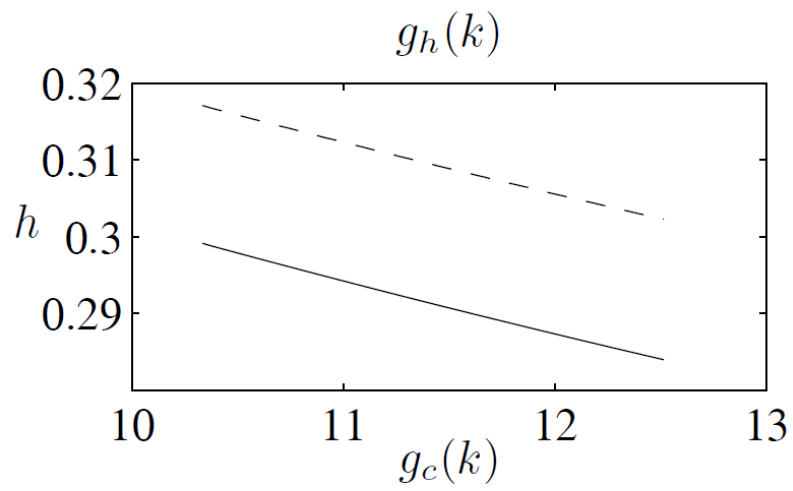
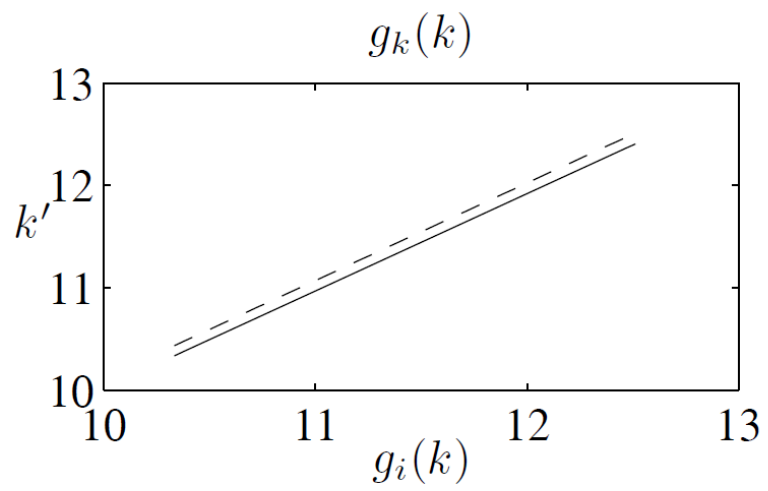
- 其中，当期决策仅需要知晓状态变量 $(K, A)$ 的取值，撇号'表示下一期变量取值
  - 严格说来，上述问题需要首先去除趋势才能写为递归形式，见后续讨论

- 上述问题是一个动态规划(dynamic programming)问题，可用标准的数值方法进行求解，解的形式为值函数 $V(K, A)$ 及政策函数(policy function)

$$K' = G_K(K, A), \quad C = G_C(K, A), \quad N = G_N(K, A)$$

- 见下页示例， $h$ 表示劳动投入

- 基于Bellman方程的递归求解是一种全局非线性(global nonlinear)求解方法；使用该方法的一套程序包为GDSGE，见高级班聂光宇课程



# 中国宏观数据序列与RBC模型校准

---

标准化宏观数据序列趋势与周期特征

参数校准与量化分析

# 标准化宏观数据

---

- 主要数据来源：China Macro Time Series (CMTS)，由查涛及其合作者创建
  - <https://www.atlantafed.org/cqer/research/china-macroeconomy.aspx>
  - CMTS中数据指标本身来自中国国家统计局(NBS)公布的数据
  - 查涛及其合作者在NBS公布的数据基础上，进行了系统调整，构建了较为全面的、符合主流宏观理论模型量化分析需要的指标序列；主要调整包括：
    1. 构造季度国民核算指标体系，如支出法GDP的主要分项指标序列
    2. 在NBS同比序列基础上，转换为季度水平值，并进行季节调整，从而可以计算环比增速指标
  - Chen, K., P. Higgins, and T. Zha. 2024. Constructing Quarterly Chinese Time Series Usable for Macroeconomic Analysis. *Journal of International Money and Finance* 143:103052.
- 劳动时间数据：基于NBS在《劳动统计年鉴》中公布的年度人均每周工作时间，进行系统调整，再插值构造季度指标
  - <http://www.liuyanecon.com/data/#CMD>

# 季度宏观数据

---

- 中国从1992年开始编制并公布季度国民核算(national accounting)，因此季度GDP序列，仅能追溯到1992年
- 30年季度宏观数据序列，至多能提供约120个样本观测值
- 与此相对比，1970年代末，美国开始进行系统的量化宏观经济周期研究时，季度数据基本从二战后的1940年代末开始，大约30年，120样本量
  - DSGE模型的估计存在小样本偏误
    - Ruge-Murcia, F. J. 2007. Methods to Estimate Dynamic Stochastic General Equilibrium Models. *Journal of Economic Dynamics and Control* 31:2599–2636.
- 此外，按照NBER开创并被美国宏观经济学界认可的标准，经济周期(business cycle)现象聚焦于6–32个季度频率的周期性波动，因此30年数据样本大概能够至少覆盖了3次完整的经济波动周期

# 宏观数据趋势与周期特征的提取

- 现代主流宏观经济学中，提取宏观指标趋势与周期项的标准方法是利用HP滤波(Hodrick-Prescott filter, HP filter)

- 对于序列 $\{X_t\}$ ，HP滤波提取的趋势项 $\{\tilde{X}_t\}$ 为如下问题的解

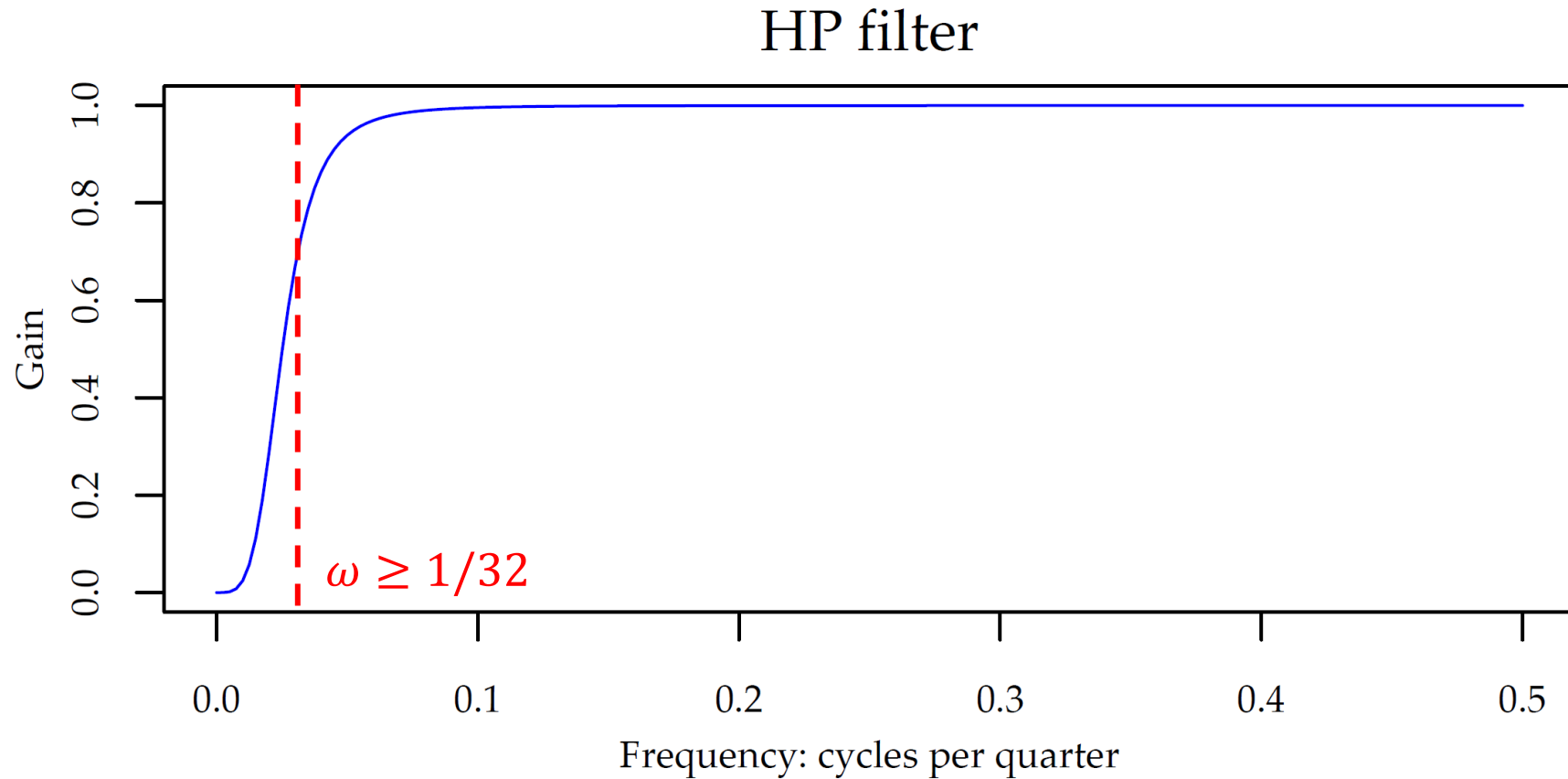
$$\min_{\{\tilde{X}_t\}} \sum_{t=1}^T (X_t - \tilde{X}_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tilde{X}_{t+1} - \tilde{X}_t) - (\tilde{X}_t - \tilde{X}_{t-1})]^2$$

- 再定义周期项为 $X_t^c = X_t - \tilde{X}_t$

- 对于季度数据，滤波参数的标准取值为 $\lambda = 1600$

- 可以从滤波对应的增益函数可看出，此时HP滤波的主要效果是消除大于32个季度的周期波动成分，即剔除数据中的长周期、低频波动，保留短周期、高频波动

## HP滤波的增益函数：季度数据 $\lambda = 1600$



- HP滤波：压缩 $\{X_t\}$ 中低频长周期波动，保留高频短周期波动
- $s_{X^c}(\omega) = G^{HP}(\omega)s_X(\omega)$ ：  $s_X(\omega)$ 为 $\{X_t\}$ 的谱函数， $s_{X^c}(\omega)$ 为滤波后周期项的谱函数



# 宏观序列的HP滤波

- 对于取值严格为正的宏观序列 $\{X_t\}$ ，常规操作是对其（自然）对数值 $\log X_t$ 进行HP滤波，此时得到的周期项为

$$x_t^c = (\log X_t)^c = \log X_t - \widetilde{\log X_t} \approx \log X_t - \log \tilde{X}_t = \log \left( \frac{X_t}{\tilde{X}_t} \right) \approx \frac{X_t - \tilde{X}_t}{\tilde{X}_t}$$

- 可以自然解释为变量 $X_t$ 关于其趋势项 $\tilde{X}_t$ 的百分比偏离
  - 与对数线性化求解中变量关于其稳态值的百分比偏离涵义相对应
- 若序列取值有0或负值，则上述方法不适用，但可以选择其他相关比例变量直接进行滤波
  - 如净出口变量可能有负值，则对净出口/GDP的比值进行滤波
- 国际主流期刊DSGE论文中，使用HP滤波进行数据预处理的文献，见Ge, Li, Li, and Liu (2022, CER)附录
  - <http://www.liuyanecon.com/wp-content/uploads/China-Business-Cycles-WP.pdf>

# 核心季度指标

---

## ■ 国民经济核算指标

$$Y = C + I + G + \underbrace{EX - IM}_{NX}$$

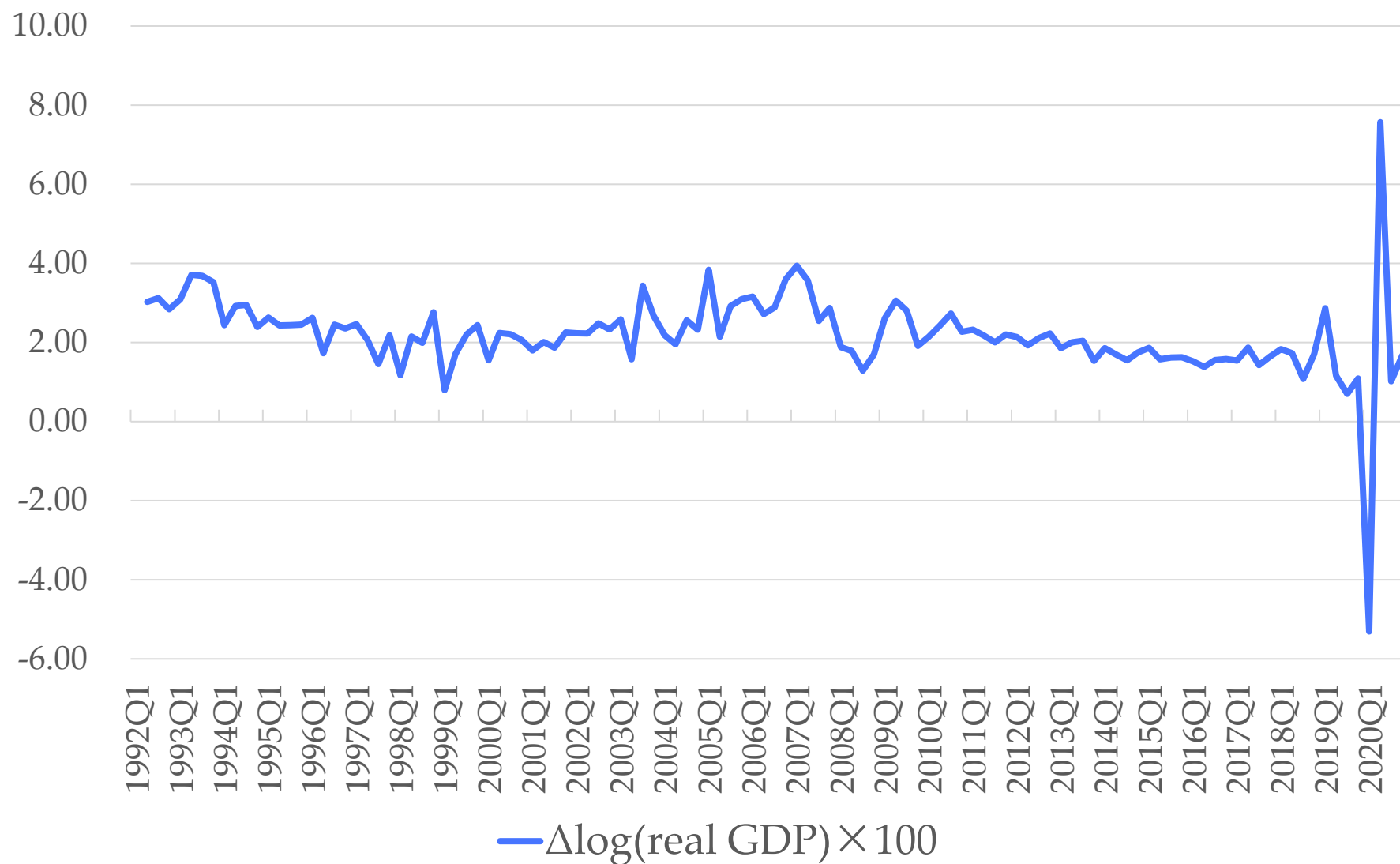
- 来源：CMTS，季度，名义值
- 转换：用季度GDP平减指数将名义值换算为实际值

## ■ 劳动时间指标

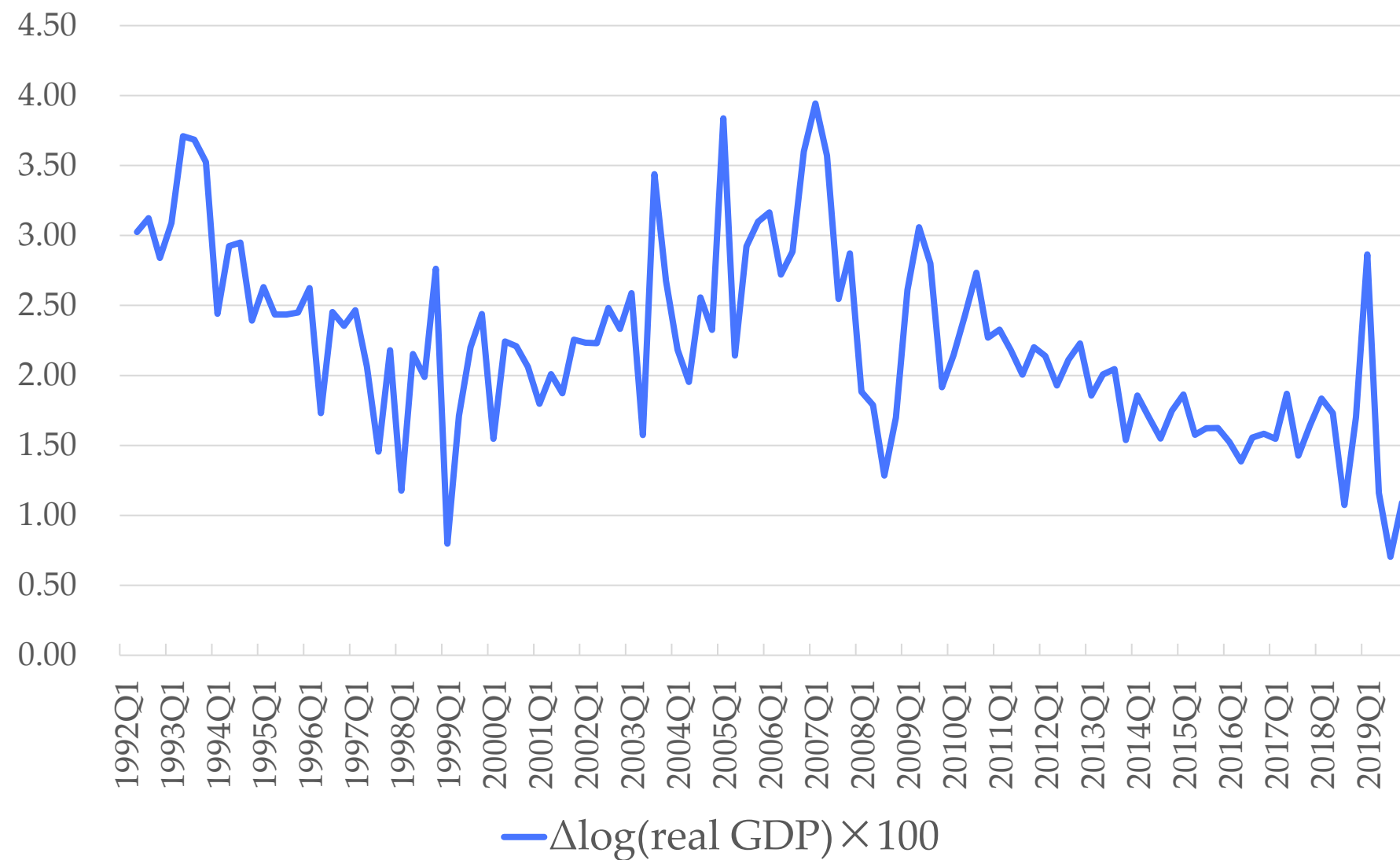
- 来源：前述自行构建
- 加总口径：季度就业人口×人均周工作时间（小时）×13
- 人均单位化口径：人均周工作时间（小时）÷98（小时，周可支配时间，7×14）×  
季度就业人口÷季度工作年龄人口（16–65岁人口）

## ■ 样本期：1992Q1 – 2021Q4

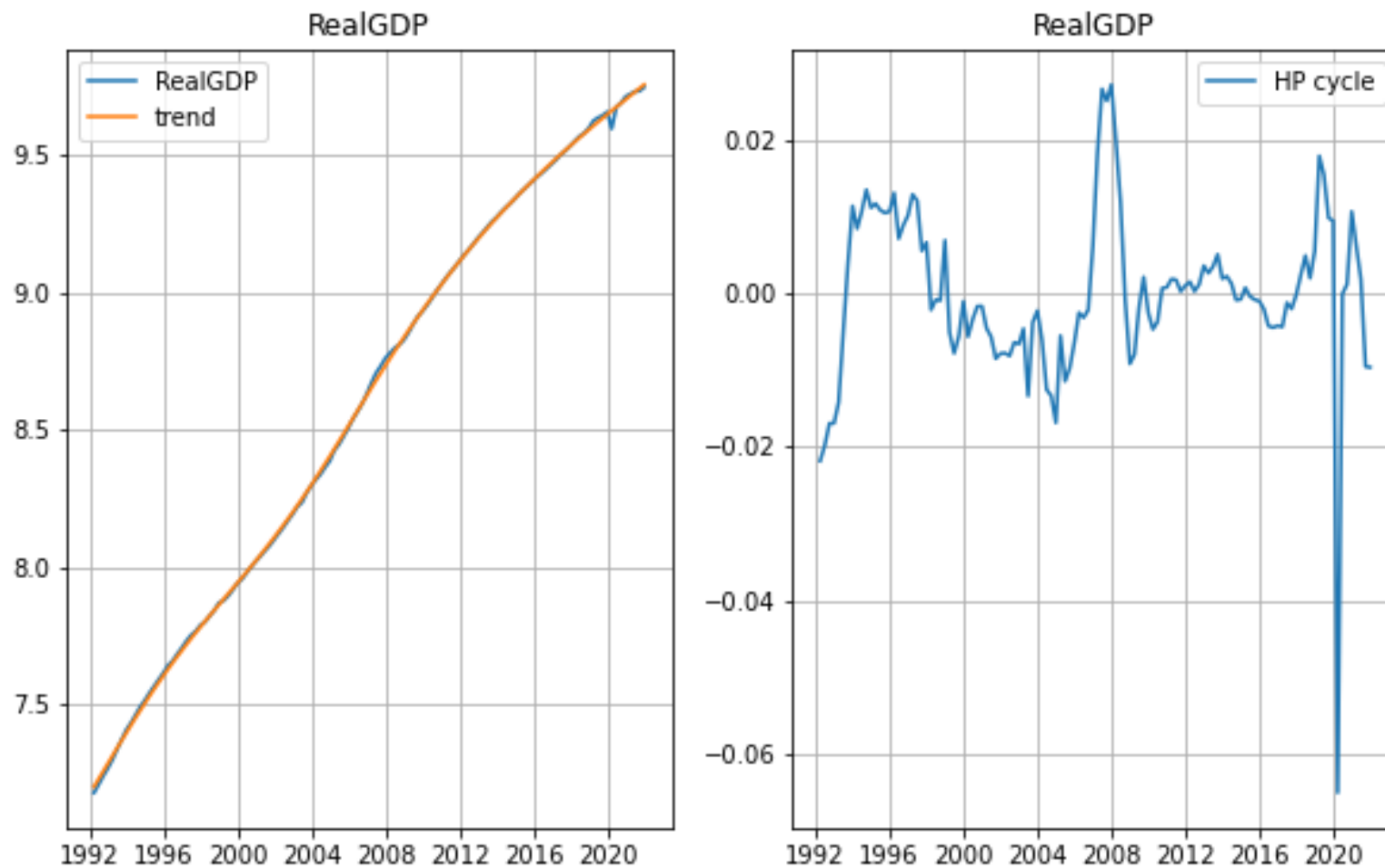
# GDP季度环比增速：1992 – 2021



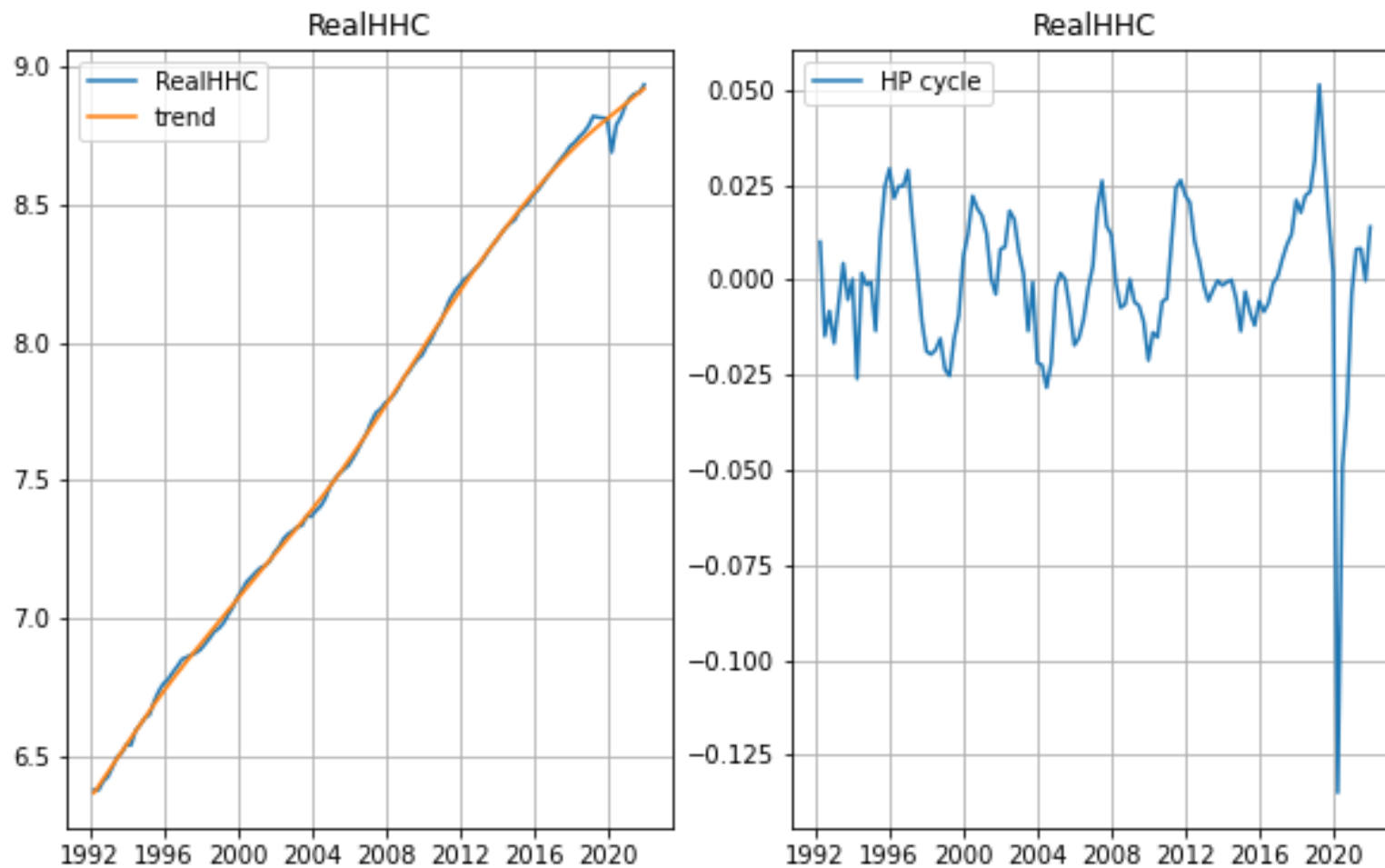
# GDP季度环比增速：1992 – 2019



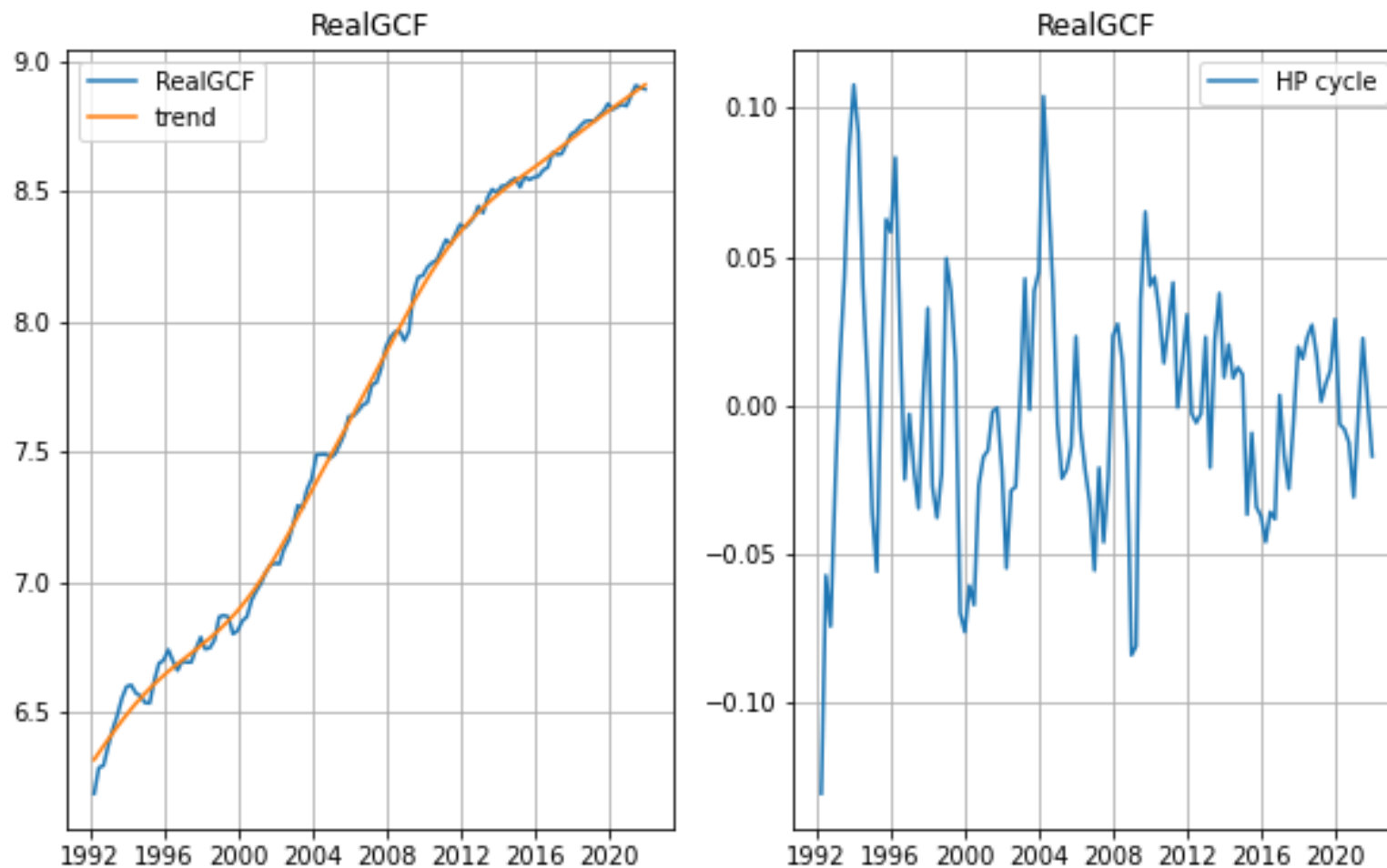
# GDP：趋势与周期



# 私人消费：趋势与周期

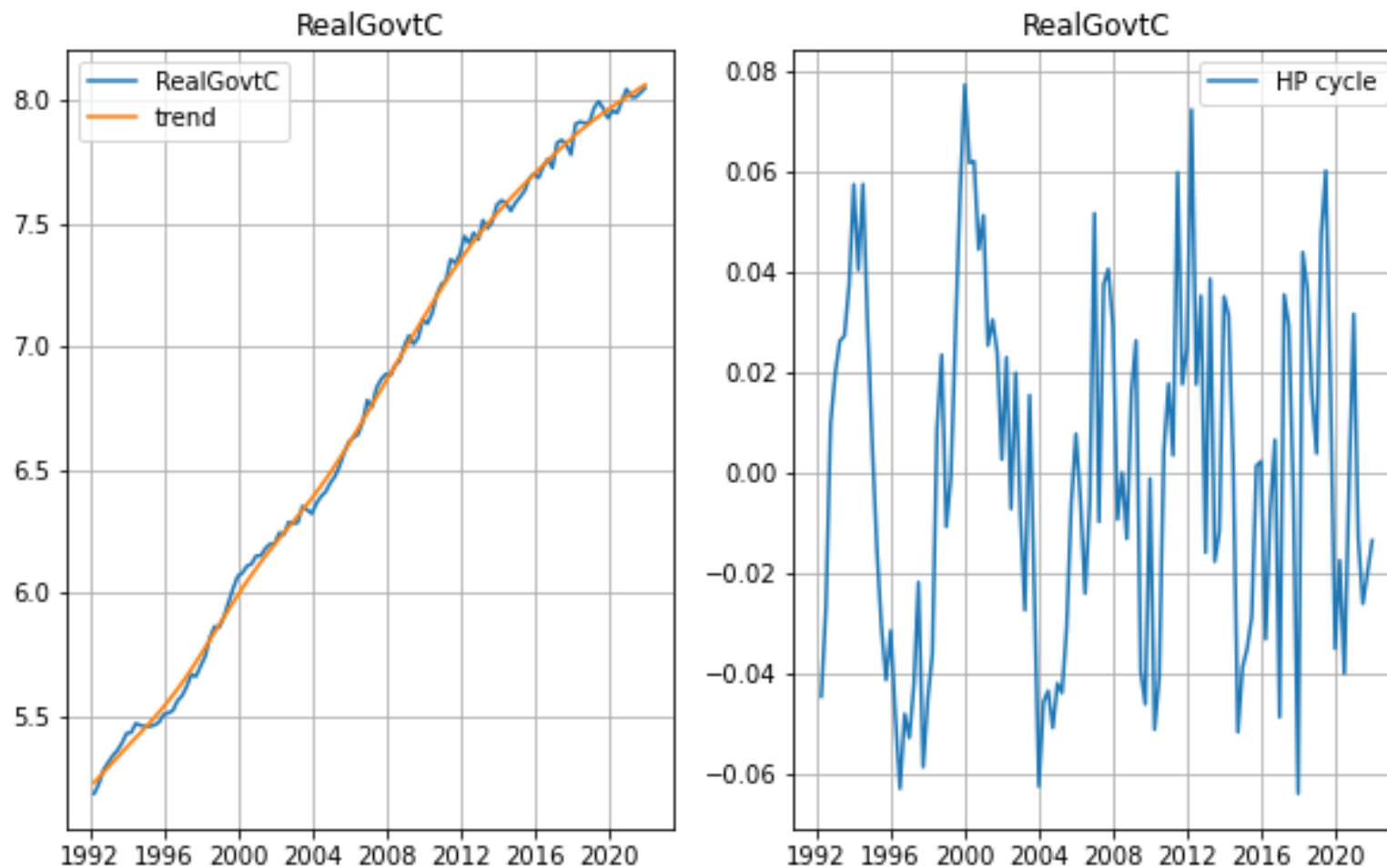


## 投资（资本形成，含存货投资）：趋势与周期

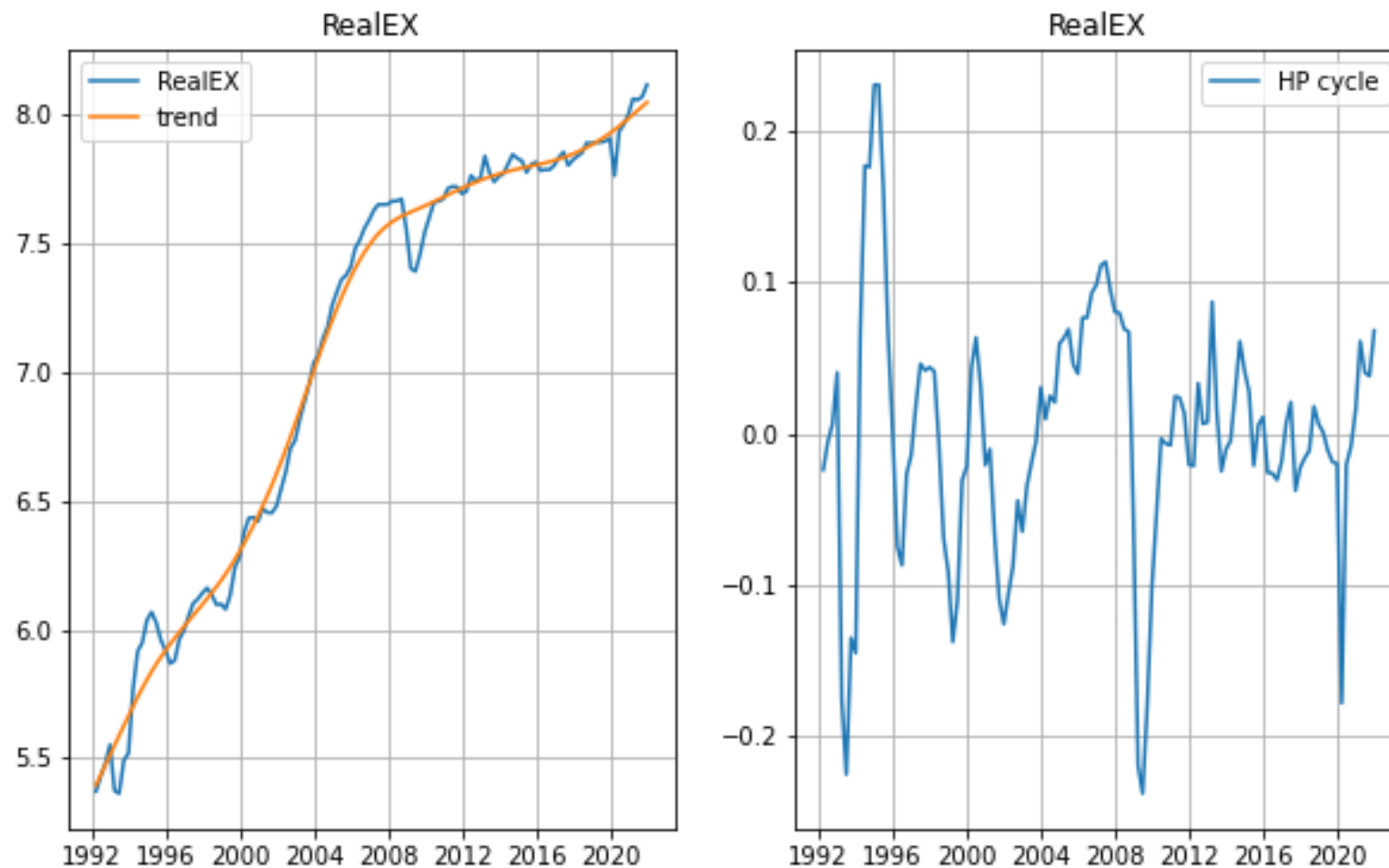




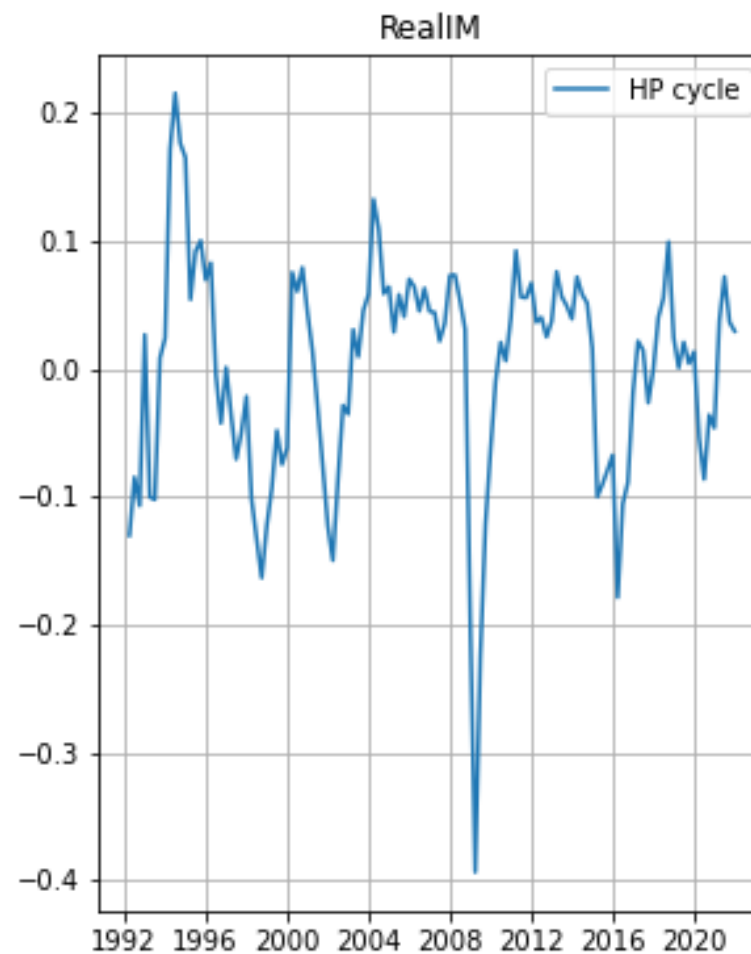
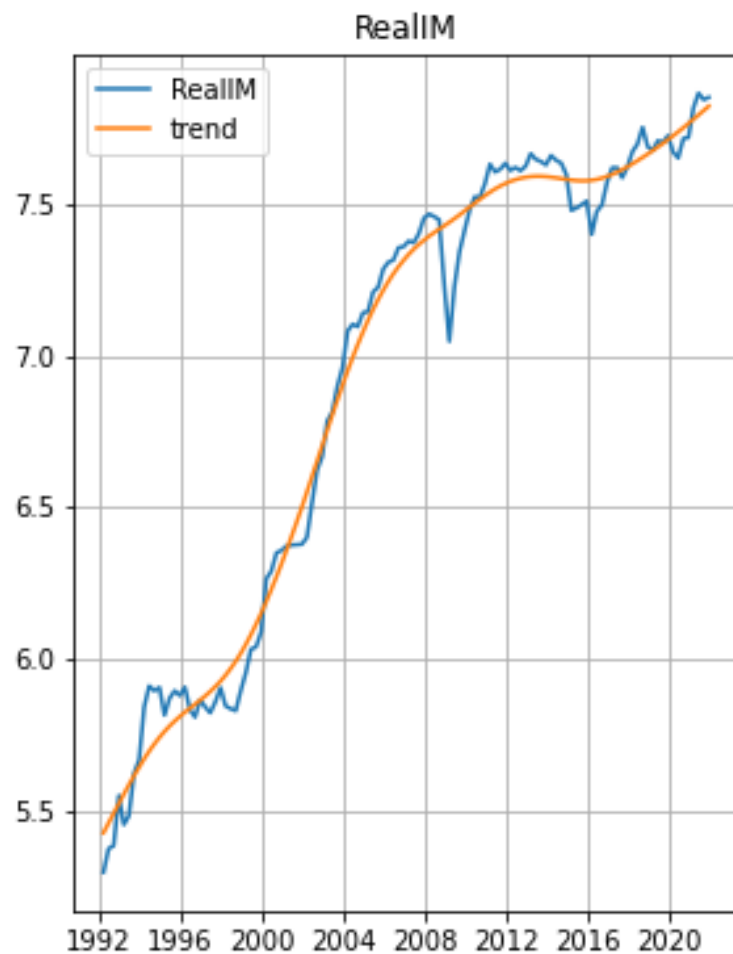
# 政府消费：趋势与周期



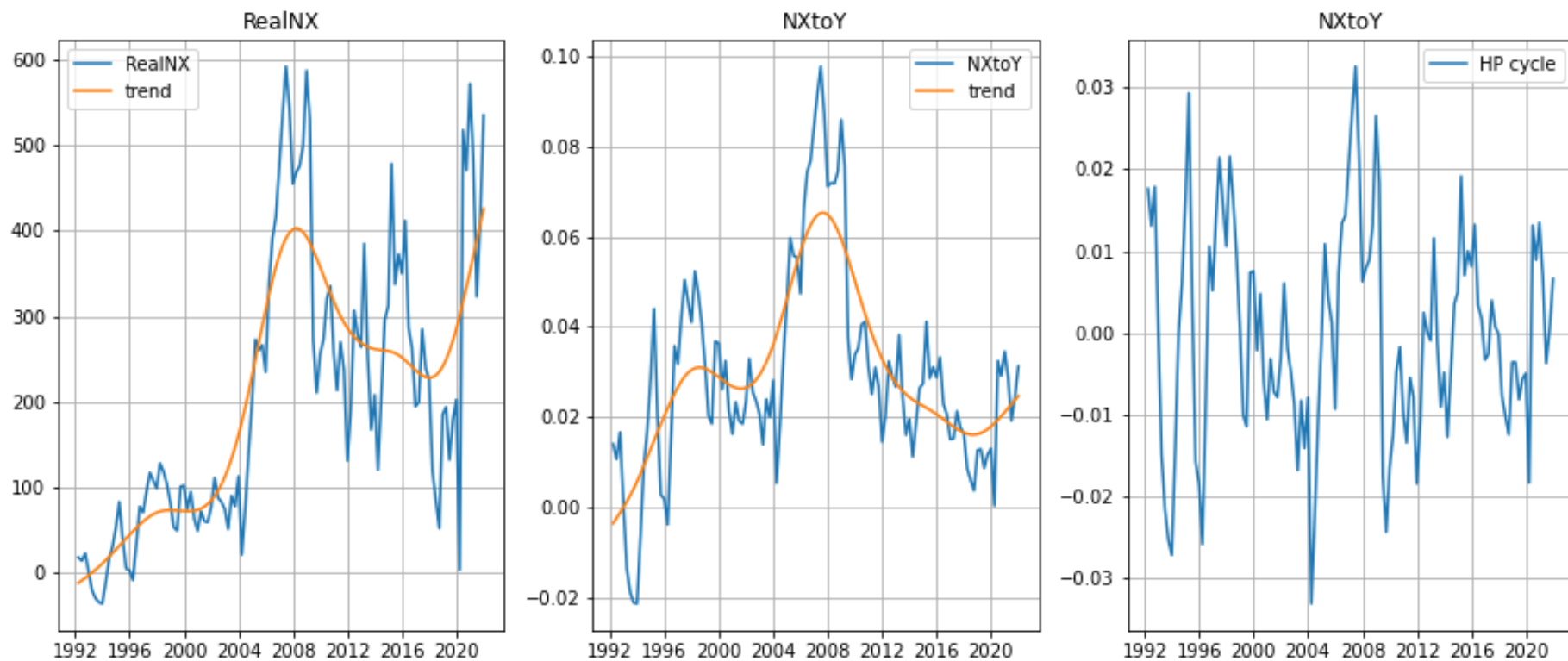
# 出口：趋势与周期



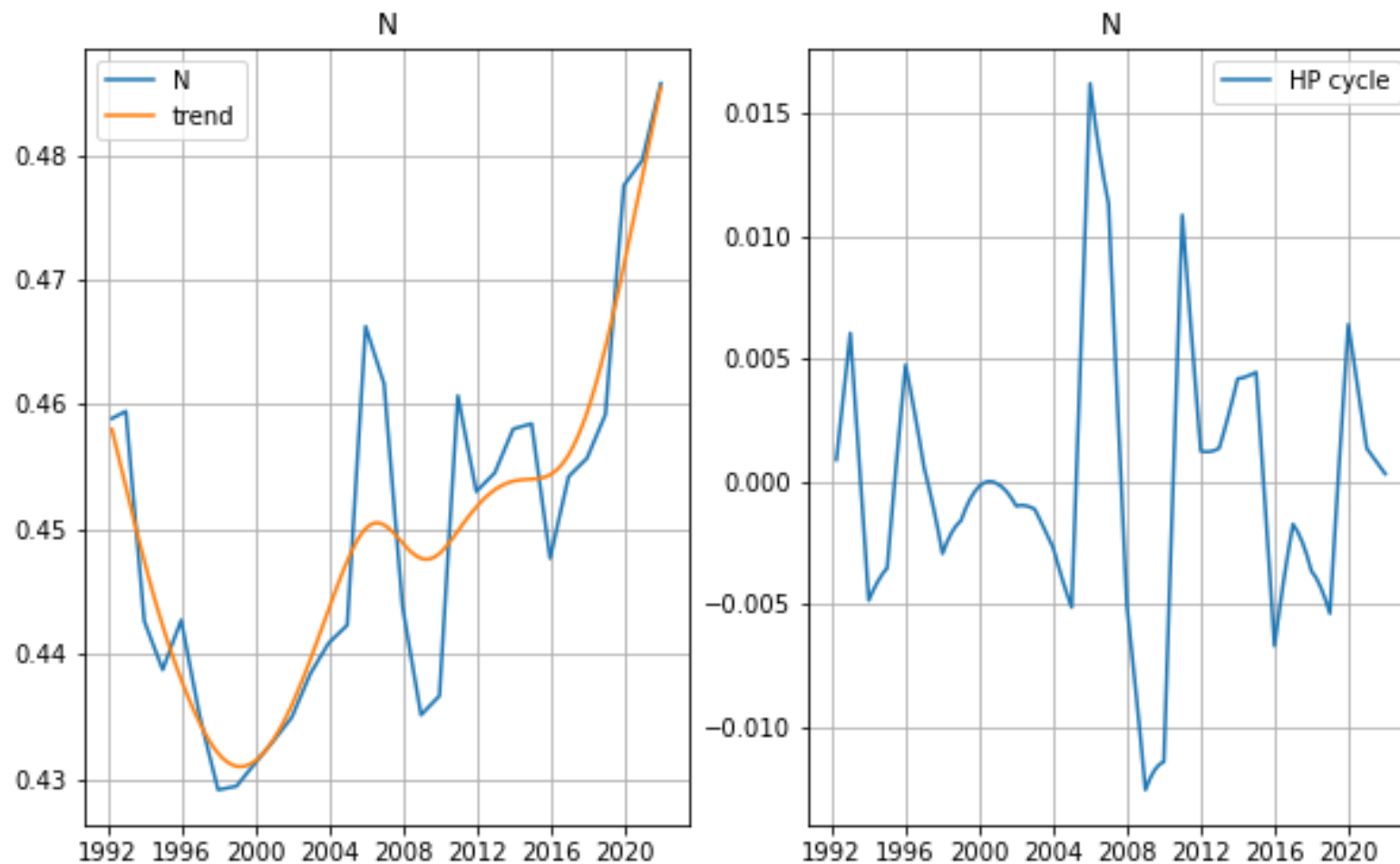
# 进口：趋势与周期



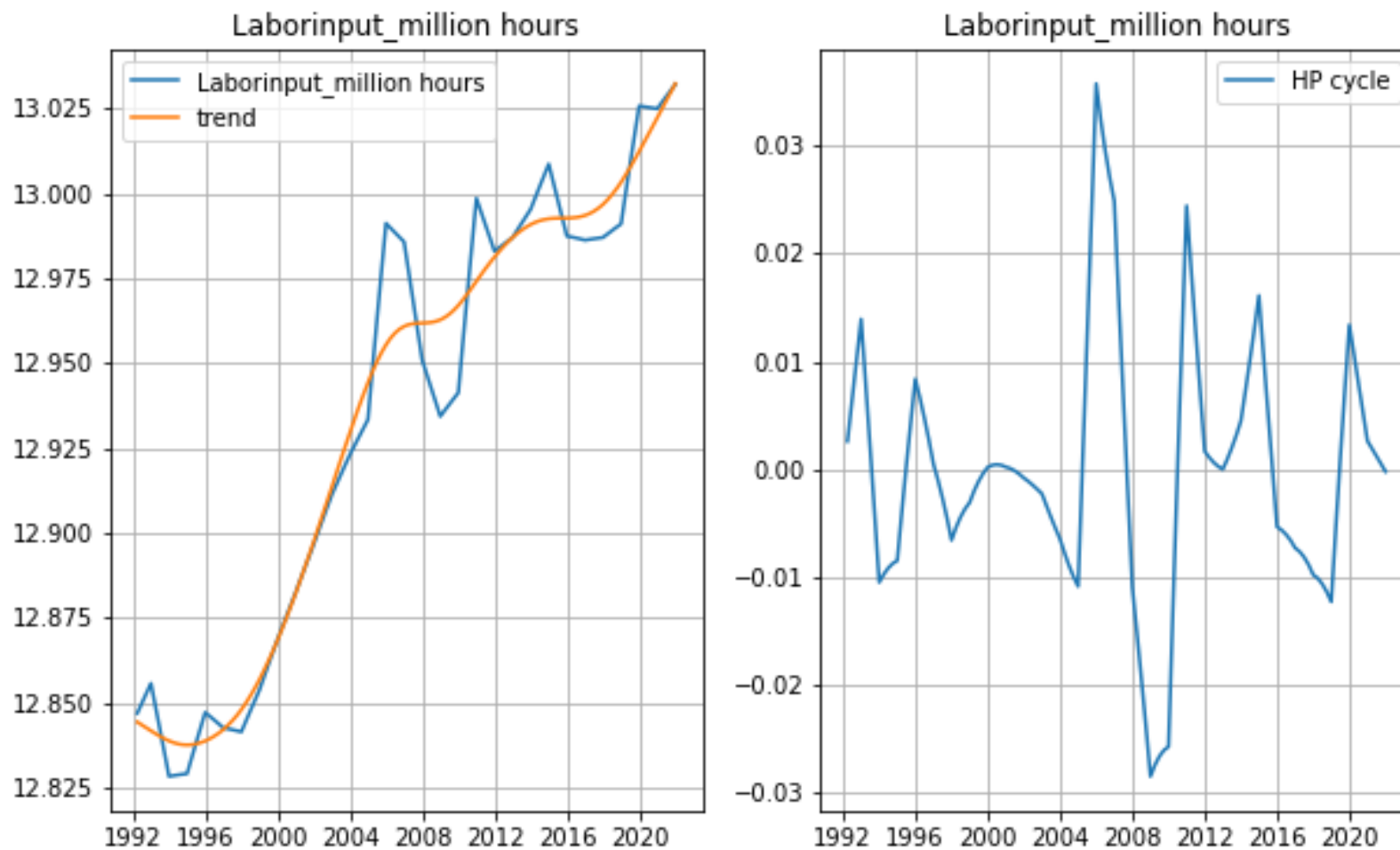
# 净出口：趋势与周期



## 劳动时间（单位化）：趋势与周期



# 总劳动时间：趋势与周期



# 基准RBC模型参数校准

## ■ 基本思路：“稳态”校准

□ 选取RBC模型的参数值，使模型稳态特征能拟合实际宏观数据序列的稳态或平衡增长路径

➤ 问题：数据中是否存在“稳态”或“平衡增长路径”

➤ 回答：美国二战后宏观序列整体满足平衡增长路径，即Kaldor事实——劳动/资本收入份额、劳动时间、资本产出比、投资产出比、消费产出比等保持稳定，资本、产出、投资、消费平均增长率稳定且保持基本一致

□ 估计TFP序列满足的时间序列模型

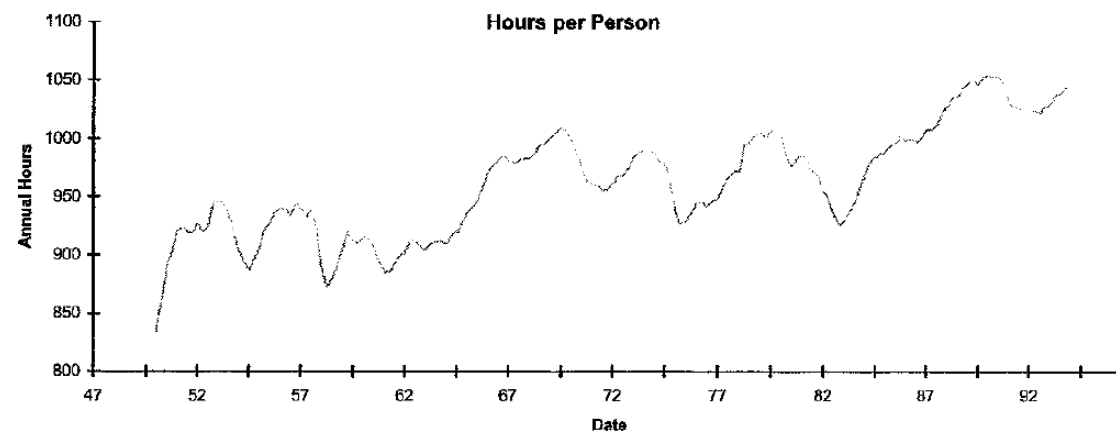
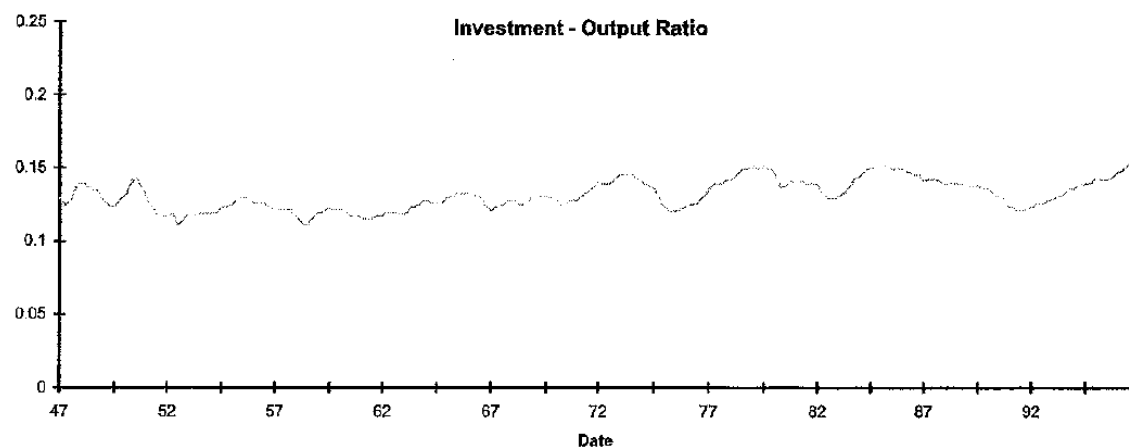
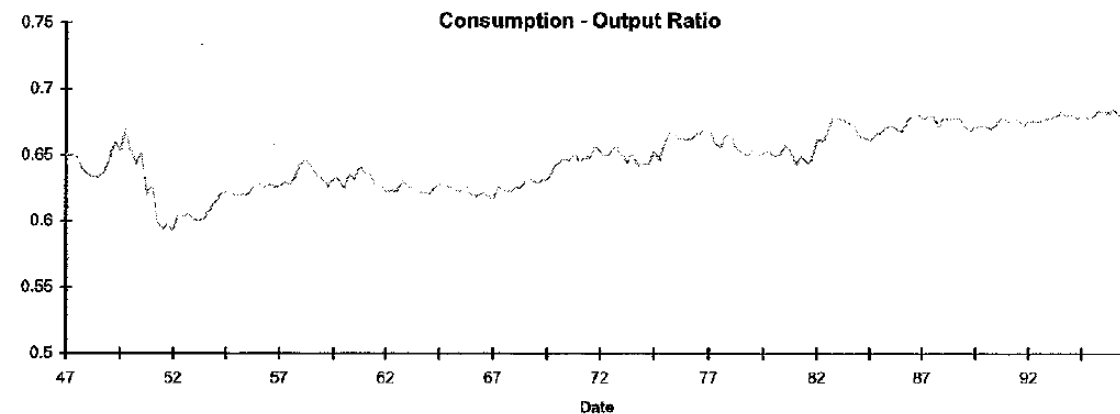
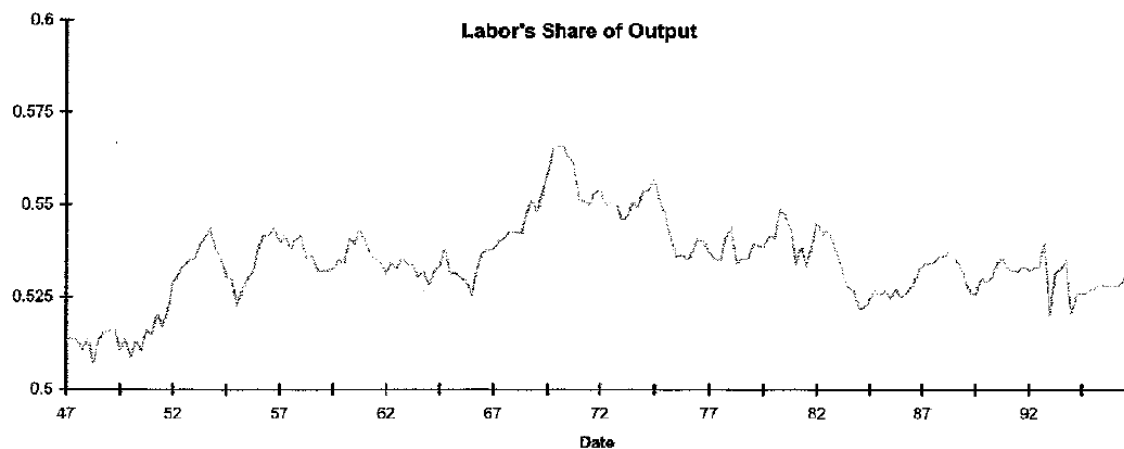
➤ 与“平衡增长路径”一致，对数TFP序列存在线性趋势

$$\log A_t = at + z_t$$

➤ 去除线性趋势后的序列 $\{z_t\}$ 为一阶自回归过程AR(1)

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t$$

# 美国平衡增长路径: King and Rebelo (1999, Handbook chapter)





# TFP测算

- Cobb-Douglas生产函数：TFP为Solow残差

$$Y_t = A_t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha} \Rightarrow \log A_t = \log Y_t - \alpha \log K_t - (1 - \alpha) \log N_t$$

- 注意，模型变量为人均值

- 测算要点：构建资本序列 $\{K_t\}$

- 基本方法：永续盘存法(permanent inventory method)

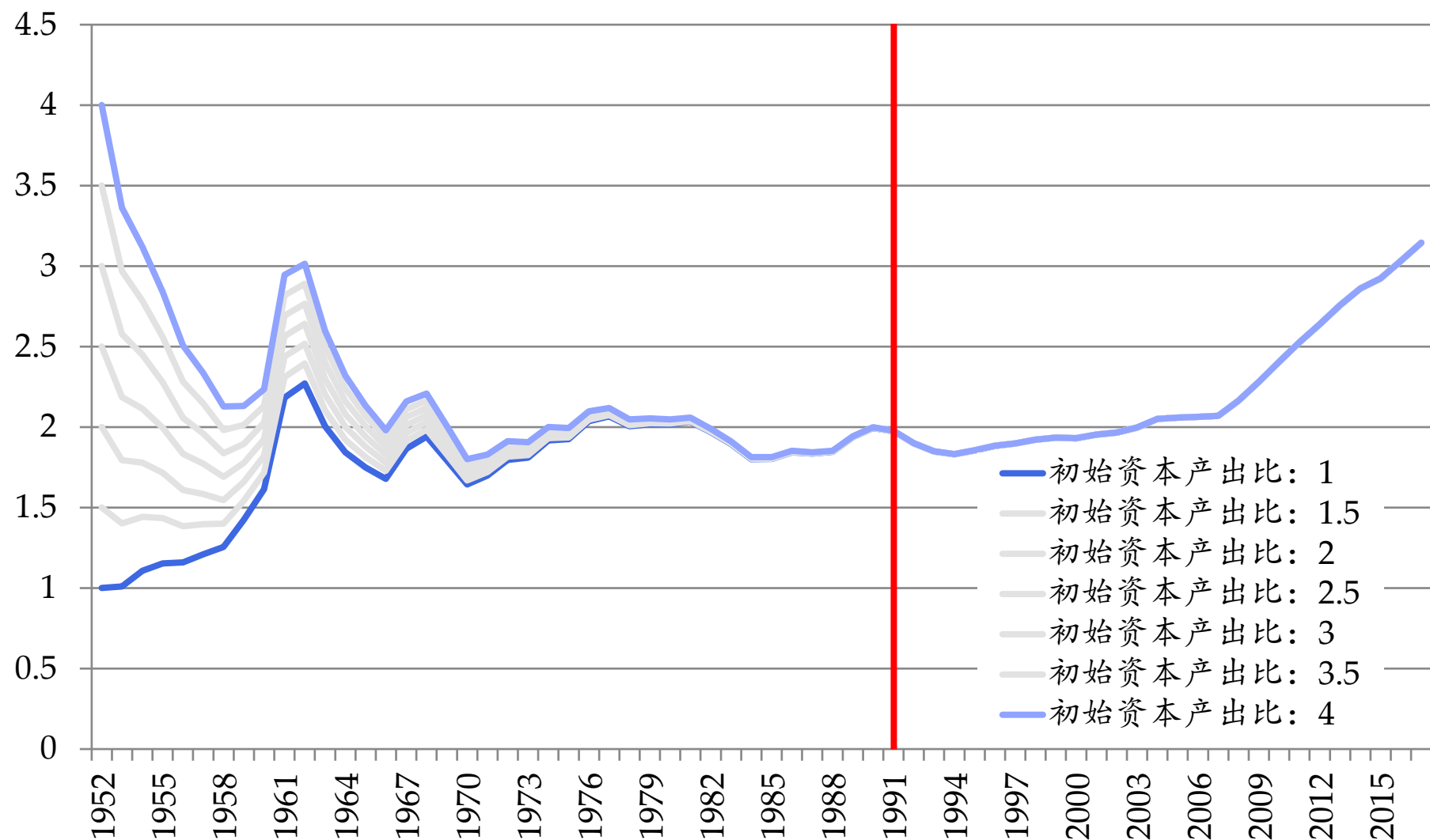
$$K_t = (1 - \delta)K_{t-1} + I_t, \quad \text{给定 } K_0$$

- 已知数据：资本形成序列 $\{I_t\}$ ，季度资本折旧率 $\delta = 0.025$ ，对应年华折旧率10%

- 2.5%季度折旧为经济周期宏观模型的常用取值；若希望精确校准，需要详细的国民核算中关于资本积累与折旧的信息，NBS披露数据中缺乏相关信息

- 剩余问题：如何确定 $K_0$ ；此处即确定1992Q1期初的资本存量

# 1992Q1资本存量的估计：使用年度资本产出比进行估计



## 1992Q1资本存量的估计：使用年度资本产出比进行估计

---

- NBS公布发了1952年开始的国民核算序列，包括产出与资本形成
- 固定年度资本折旧率为10%，考虑一系列初始的资本产出比

$$\frac{K_{1952}}{Y_{1952}} = 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4$$

- 得到一系列 $K_{1952}$ ，再按照永续盘存法计算 $\{K_{year}: year = 1952, \dots\}$ ，以及 $\{K_{year}/Y_{year}\}$
- 各类初始资本产出比假设下， $K_{1991}/Y_{1991}$ 均收敛到1.974左右
- 依次为基础，结合 $Y_{1991}$ 计算 $K_{1991}$ ，从而用季度数据计算 $K_{1992Q1}, \dots$

## 与基准RBC模型一致的季度数据：1992Q1 – 2021Q4

- 基准RBC模型变量与国民核算数据指标间的对应

$$C^M + I^M = Y^M \leftrightarrow Y^D = C^D + I^D + G^D + NX^D$$

产出保持一致： $Y^M = Y^D$

模型变量定义： $C^M = C^D + G^D$ ,  $I^M = I^D + NX^D$

- 上述处理与Cooley and Prescott (1995)保持一致

- 进一步计算人均值，使用劳动力人口（16 – 65岁）数据进行单位化
- 由此可构造出与模型一致的季度宏观变量序列

$$\{Y_t, C_t, I_t, K_t, N_t\}_{t=1992Q1}^{2021Q4}$$

# TFP序列

---

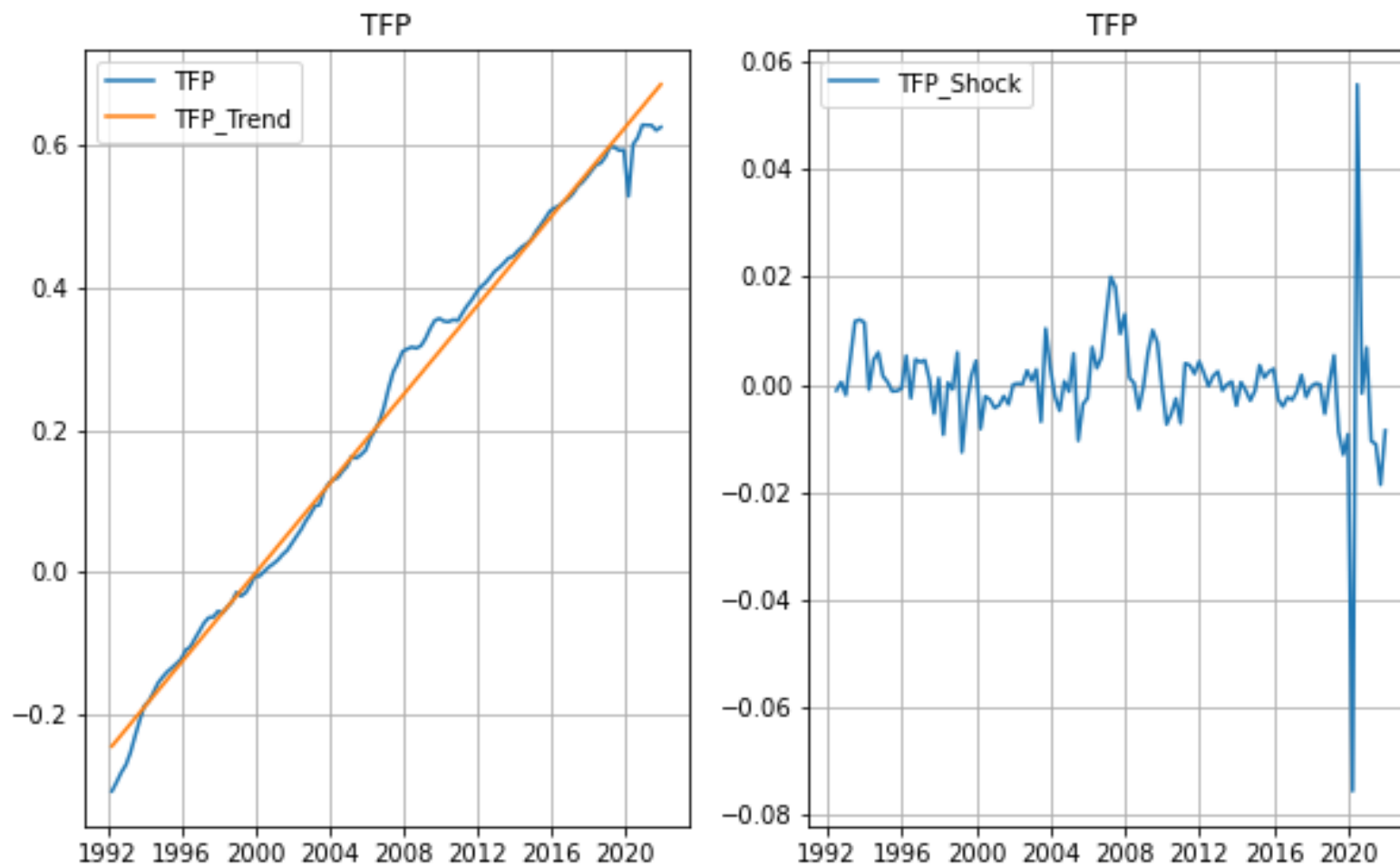
- CMTS提供了资本收入份额数据，相应区间段内的均值为 $\alpha = 0.4937$
- 结合（人均）产出、资本、劳动投入序列，可计算TFP序列 $\{A_t\}$
- OLS估计，去除线性趋势

$$\log A_t = 0.0078t + z_t$$

- 残差序列 $z_t$ 进行AR(1)估计

$$z_t = 0.9092z_{t-1} + \underbrace{\varepsilon_t}_{\sigma_\varepsilon=0.0106}$$

# TFP序列测算



# 基准RBC模型：一阶均衡条件

## ■ 劳动供给与Euler方程

$$\frac{b}{1-b} \frac{C_t}{1-N_t} = (1-\alpha) \frac{Y_t}{N_t}, \quad 1 = \mathbb{E}_t \left[ \beta \frac{C_t}{C_{t+1}} \left( 1 - \delta + \alpha \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}} \right) \right]$$

## ■ 资本积累方程

$$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$$

## ■ 市场出清条件

$$C_t + I_t = e^{z_t}(1+\gamma)^t K_t^\alpha N_t^{1-\alpha}$$

## ■ 平衡增长路径(balance growth path): 冲击项 $z_t \equiv 0$

### □ 为简略, 可称为稳态(steady state)路径

- 此处的稳态是确定性(deterministic)稳态, 对于非线性随机解, 则是考虑随机/遍历(stochastic/ergodic)稳态

## “稳态/平衡增长路径” 校准

- 人均产出平衡增长路径增速为  $g = 0.0202$ ，且有如下“稳态”关系：

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \frac{C_{t+1}}{C_t} = \frac{I_{t+1}}{I_t} = \frac{K_{t+1}}{K_t} = 1 + g$$

- 结合生产函数可知

$$\frac{Y_{t+1}}{Y_t} = 1 + g = (1 + \gamma)(1 + g)^\alpha \Rightarrow (1 + \gamma) = (1 + g)^{1-\alpha}$$

- 劳动供给方程结合生产函数可知

$$b = 1 - \frac{1}{1 + (1 - \alpha) \frac{1 - N_{ss}}{N_{ss}} \left( \frac{Y}{C} \right)_{ss}}$$



## “稳态/平衡增长路径” 校准

- 由确定性稳态下Euler方程可知

$$\beta = \frac{1 + g}{1 - \delta + \alpha \left( \frac{Y}{K} \right)_{ss}}$$

- “稳态” ss: 1992Q1 – 2021Q4相关变量样本均值（数据目标矩）

$N_{ss}$	$\left( \frac{K}{Y} \right)_{ss}$	$\left( \frac{I}{Y} \right)_{ss}$	$\left( \frac{C}{Y} \right)_{ss}$	$g$	$\alpha$
0.3174	9.0159	0.4408	0.5674	0.0202	0.4937

# 基准RBC模型参数校准

---

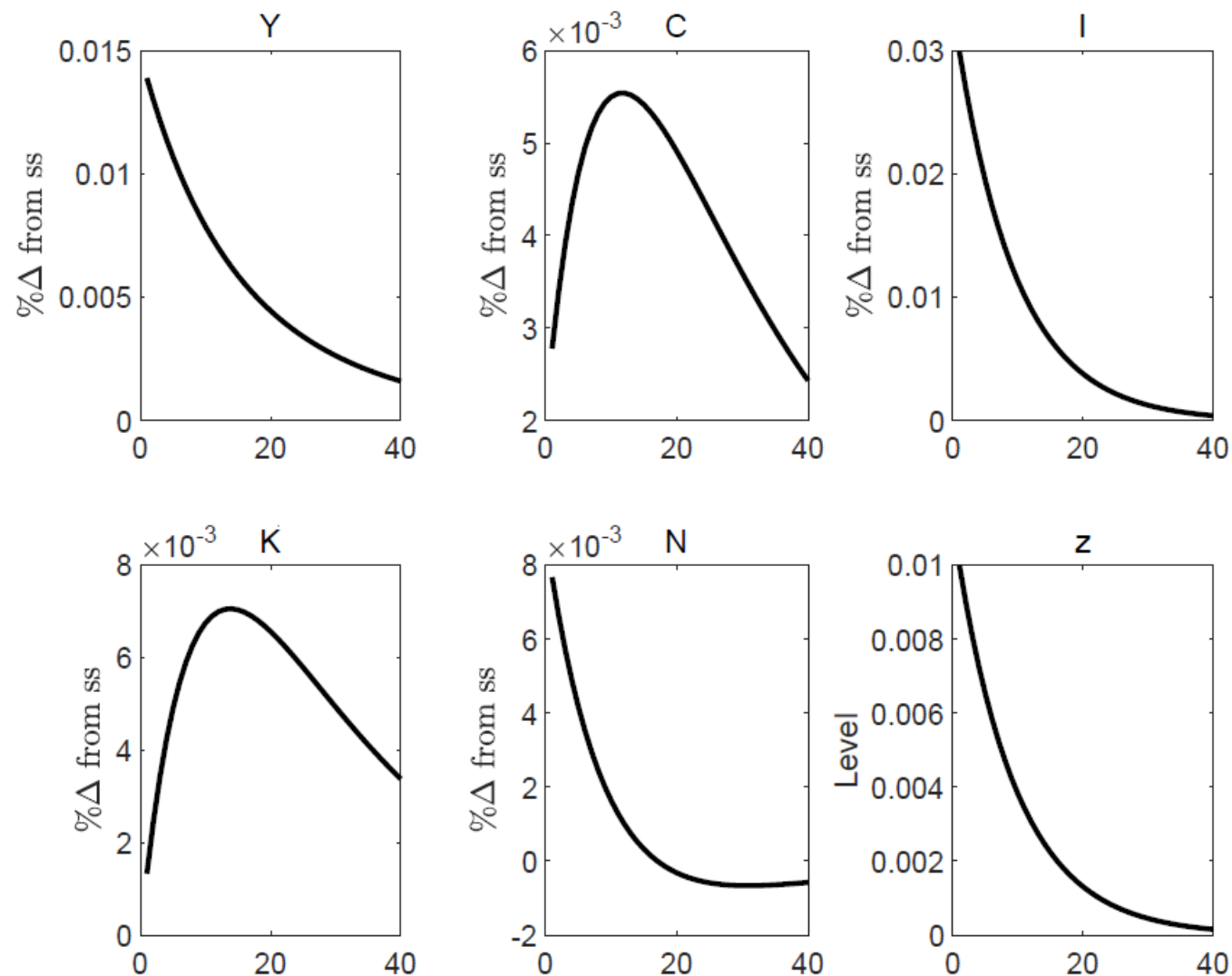
技术					偏好		
$\alpha$	$\delta$	$\rho$	$\sigma_z$	$\gamma$	$\beta$	$\sigma$	$b$
0.4937	0.025	0.9092	0.0106	0.0202	0.9907	1	0.6575

## 模型产生的理论矩与数据样本2阶矩的比较

- 用Dynare求解并模拟5000期，对模拟序列用HP滤波得到高频周期项
- 主要结论：Y波动率高估，C波动率低估，各变量与产出相关性太高

	China	model	China	model	China	model
	sd.dev.%	sd.dev.%	sd relative to Y	sd relative to Y	corr(.,Y)	corr(.,Y)
Y	1.08	1.90	1	1	1	1
C	1.93	0.55	1.78	0.29	0.50	0.76
I	2.46	4.09	2.27	2.15	0.59	0.99
K	0.61	0.60	0.56	0.32	0.43	0.41
N	1.39	1.05	1.28	0.55	-0.04	0.97

# 模型脉冲响应函数：1%正向TFP冲击



## 去除疫情冲击的影响

- 2020 – 2021年疫情冲击带来巨大产出及TFP波动，导致TFP随机冲击标准差异异常升高
- 利用1992Q1 – 2019Q4重新估计

$N_{ss}$	$\left(\frac{K}{Y}\right)_{ss}$	$\left(\frac{I}{Y}\right)_{ss}$	$\left(\frac{C}{Y}\right)_{ss}$	$\gamma$	$\alpha$
0.3174	9.0159	0.4408	0.5674	0.0202	0.4937

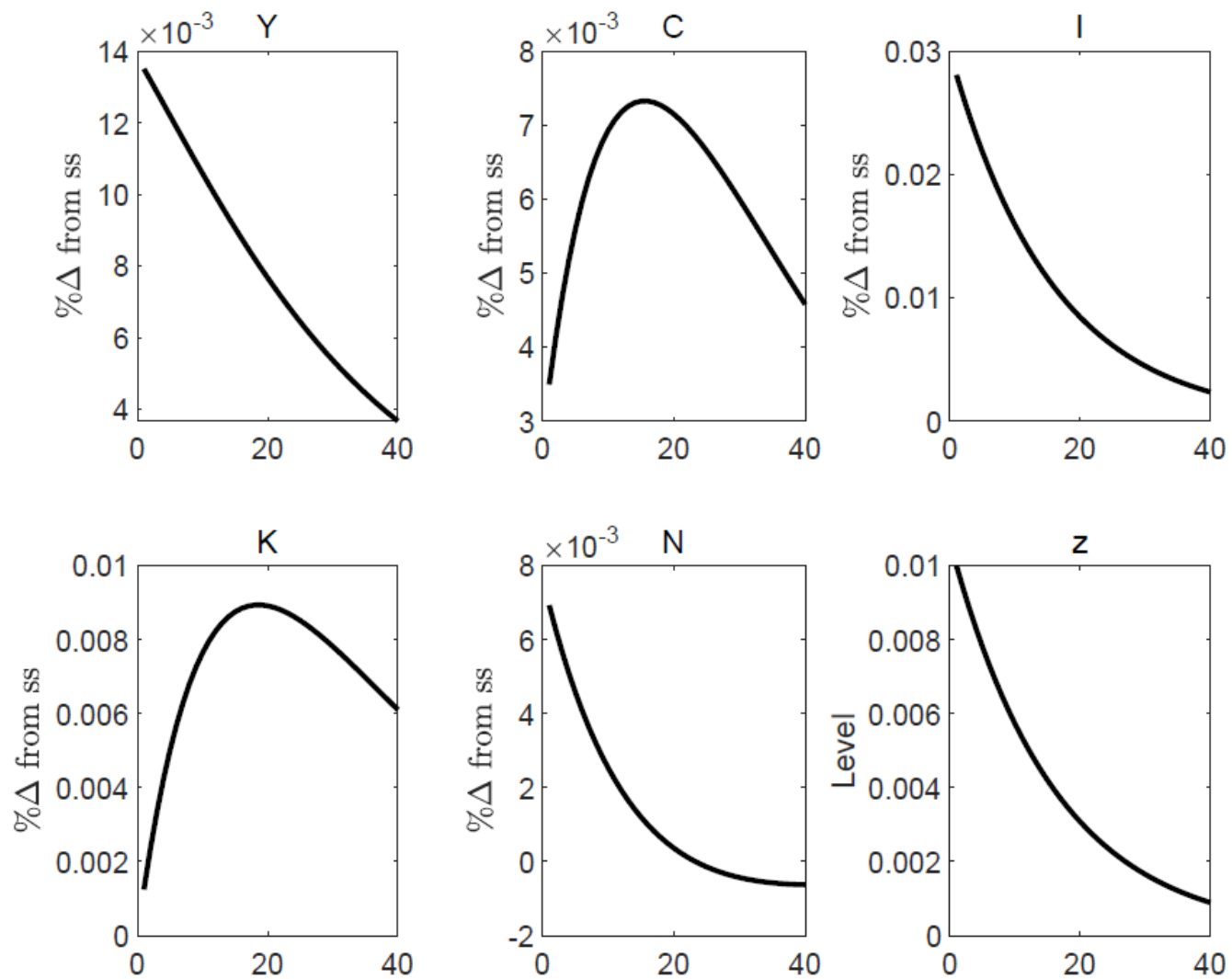
技术					偏好		
$\alpha$	$\delta$	$\rho$	$\sigma_z$	$\gamma$	$\beta$	$\sigma$	$b$
0.4937	0.025	0.9398	0.0057	0.0202	0.9907	1	0.6575

## 去除疫情冲击的影响

- 模型产出波动能够拟合数据值，消费、投资波动下降，投资波动拟合改善，但相关性仍然偏差很大

	China	model	China	model	China	model
	sd.dev.%	sd.dev.%	sd relative to Y	sd relative to Y	corr(.,Y)	corr(.,Y)
Y	1.08	1.00	1	1	1	1
C	1.93	0.34	1.78	0.34	0.50	0.84
I	2.46	2.07	2.27	2.06	0.59	0.99
K	0.61	0.32	0.56	0.32	0.43	0.41
N	1.39	0.52	1.28	0.51	-0.04	0.97

# 去除疫情冲击的影响



## 趋势问题：人口增长与技术进步趋势

- 假设人口总数 $L_t$ 具有常数增速： $L_t = (1 + h)L_{t-1} = (1 + h)^t L_0, L_0 = 1$
- 继续使用 $X_t$ 表示加总量， $x_t = X_t/L_t$ 表示人均量
- 此时与RBC模型等价的单部门随机最优增长模型为

$$\begin{aligned} & \max_{\{C_t, K_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L_t u(c_t, n_t) \\ & \text{s.t. } C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t = e^{z_t} (1 + \gamma)^t K_t^{\alpha} N_t^{1-\alpha} \\ & z_t = \rho z_{t-1} + \epsilon_t, \quad \forall t = 0, 1, 2, \dots, \quad K_0, z_0 \text{ 给定} \end{aligned}$$

- $u(c, n)$ 满足特定条件时，King et al. (1988 appendix; 2002)证明此时单部门增长模型存在平衡增长路径
  - King, R. G., C. I. Plosser, and S. T. Rebelo. 2002. Production, Growth and Business Cycles: Technical Appendix. *Computational Economics* 20:87–116.



## 趋势问题：去除人口增长趋势

- 在BC两端同时除以  $L_t = (1 + h)^t L_0 = (1 + h)^t$ ，可得

$$\begin{aligned}\frac{C_t}{L_t} + \frac{K_{t+1}}{L_t} - (1 - \delta) \frac{K_t}{L_t} &= e^{z_t} (1 + \gamma)^t \left( \frac{K_t}{L_t} \right)^\alpha \left( \frac{N_t}{L_t} \right)^{1-\alpha} \\ \Rightarrow c_t + k_{t+1}(1 + h) - (1 - \delta)k_t &= e^{z_t} (1 + \gamma)^t k_t^\alpha n_t^{1-\alpha}\end{aligned}$$

- 注意，此时  $n_t$  对应人均工作时间占可支配时间比例， $n_t \in (0,1)$

- 需要进一步去除技术进步趋势，为此，首先注意到当技术冲击  $z_t \equiv 0$  时，人均变量处于平衡增长路径时，下列条件满足

$$\frac{y_{t+1}}{y_t} = \frac{c_{t+1}}{c_t} = \frac{k_{t+1}}{k_t} = 1 + g$$

- 此时有： $(1 + \gamma) = (1 + g)^{\frac{1}{1-\alpha}} \Rightarrow g = (1 + \gamma)^{\frac{1}{1-\alpha}} - 1$

## 趋势问题：去除技术进步趋势

- 人均口径下BC变为

$$c_t + k_{t+1}(1 + h) - (1 - \delta)k_t = e^{z_t} k_t^\alpha [(1 + g)^t n_t]^{1-\alpha}$$

- 两端除以 $(1 + g)^t$ ，并定义 $\tilde{x}_t = \frac{x_t}{(1+g)^t} = \frac{X_t}{(1+g)^t(1+h)^t}$ ,  $x = c, k$ ，可得

$$\tilde{c}_t + \tilde{k}_{t+1}(1 + g)(1 + h) - (1 - \delta)\tilde{k}_t = e^{z_t} \tilde{k}_t^\alpha n_t^{1-\alpha}$$

- 此时BC不包含任何趋势项，此外，log-log偏好下，折现效用为

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (1 + h)^t [b \log(c_t) + (1 - b) \log(1 - n_t)] \\ \Rightarrow & \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (1 + h)^t [b \log(\tilde{c}_t) - bt \log(1 + g) + (1 - b) \log(1 - n_t)] \end{aligned}$$

- 可证明， $\beta(1 + h) < 1$ 时，上式收敛

## 趋势问题：去除人口与技术趋势后的最优化问题

- 给定目标函数收敛，则最优化问题可重写为

$$\begin{aligned} \max_{\{\tilde{c}_t, \tilde{k}_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (1+h)^t [b \log(\tilde{c}_t) + (1-b) \log(1-n_t)] \\ \text{s.t. } \tilde{c}_t + \tilde{k}_{t+1}(1+g)(1+h) - (1-\delta)\tilde{k}_t = e^{z_t} \tilde{k}_t^\alpha n_t^{1-\alpha} \\ z_t = \rho z_{t-1} + \epsilon_t, \quad \forall t = 0, 1, 2, \dots, \quad \tilde{k}_0, z_0 \text{ 给定} \end{aligned}$$

- 该问题具有平稳性，故可等价的写为动态最优化问题

$$\begin{aligned} V(\tilde{k}, z) = \max_{\tilde{c}, \tilde{k}', n} b \log(\tilde{c}) + (1-b) \log(1-n) + \beta \mathbb{E}[V(\tilde{k}', z') | z] \\ \text{s.t. } \tilde{c} + (1+g)(1+h)\tilde{k}' - (1-\delta)\tilde{k} = e^z \tilde{k}^\alpha n^{1-\alpha}, z' = \rho z + \epsilon' \end{aligned}$$

- 趋势项的关键影响，在于改变内生状态变量（如资本）的动态机制

- 模型的趋势设定需要与校准、估计所用数据的趋势性保持一致；若直接使用去除趋势的数据进行量化分析，则模型也不用考虑趋势问题

# 中国宏观经济模型量化分析的挑战

---

宏观数据序列的完善

转移路径与全局非线性求解

中国宏观经济的独特特征

# 挑战1：宏观数据序列的完善

---

## ■ 高频加总数据序列

- 季度支出法国民经济核算数据——宏观理论分析的基础
  - 目前仅有短时期的季度消费、投资对经济增长的贡献
  - 缺乏支出法GDP主要成分的水平值数据，进而无法进行环比测算
- 季度收入法国民经济核算数据——初次分配与加总加成定价(markup)的基础
  - 劳动报酬、资本报酬、纯利润、生产税净额，及分行业数据
- 月度/季度劳动时间、就业数据——宏观劳动搜索-匹配模型分析的基础
  - 劳动时间：加总及分类型周平均劳动时间数据
  - 就业数据：劳动参与率、失业率、入职率、离职率

## ■ 地区数据序列——宏观政策效果识别

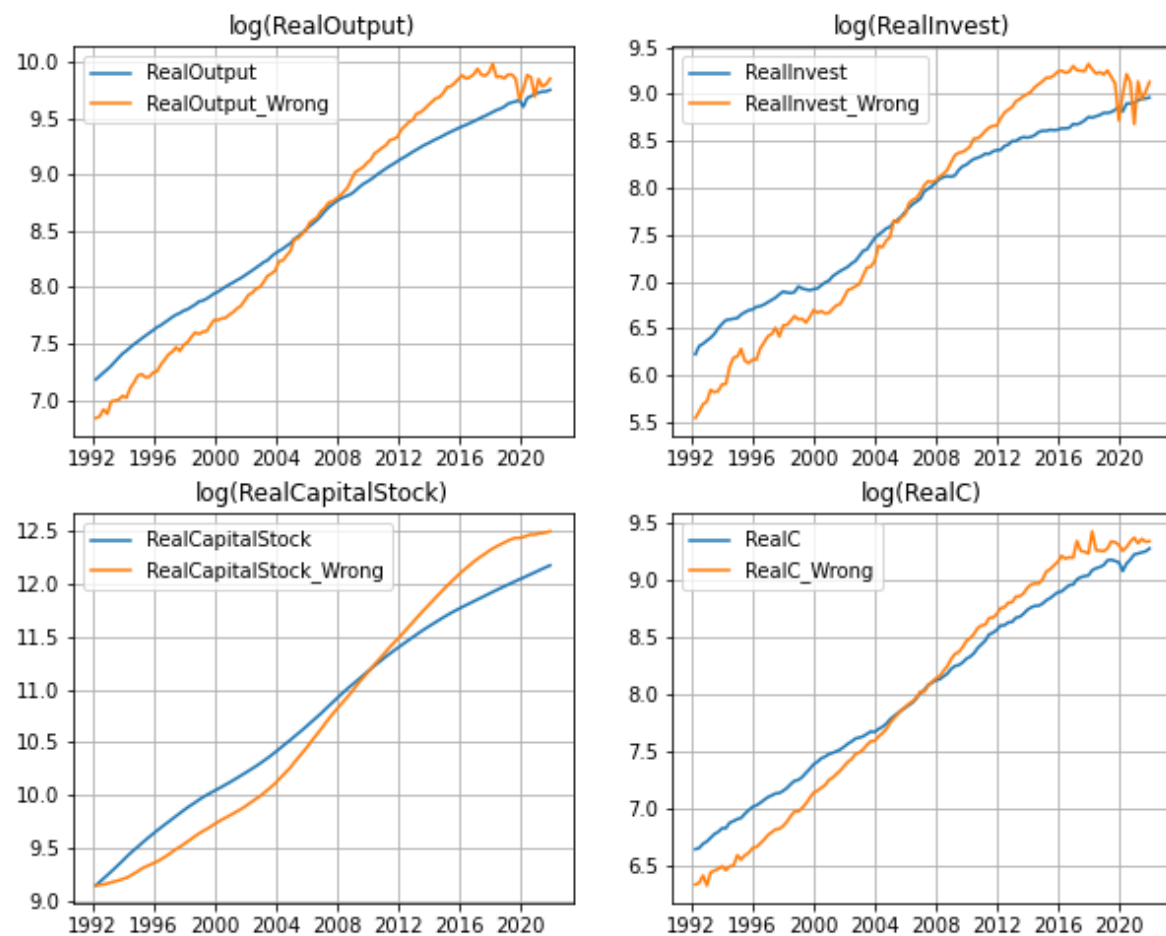
- 省市县高频国民经济核算数据缺失
- 省市县财政、金融数据的缺失

# 常见错误序列

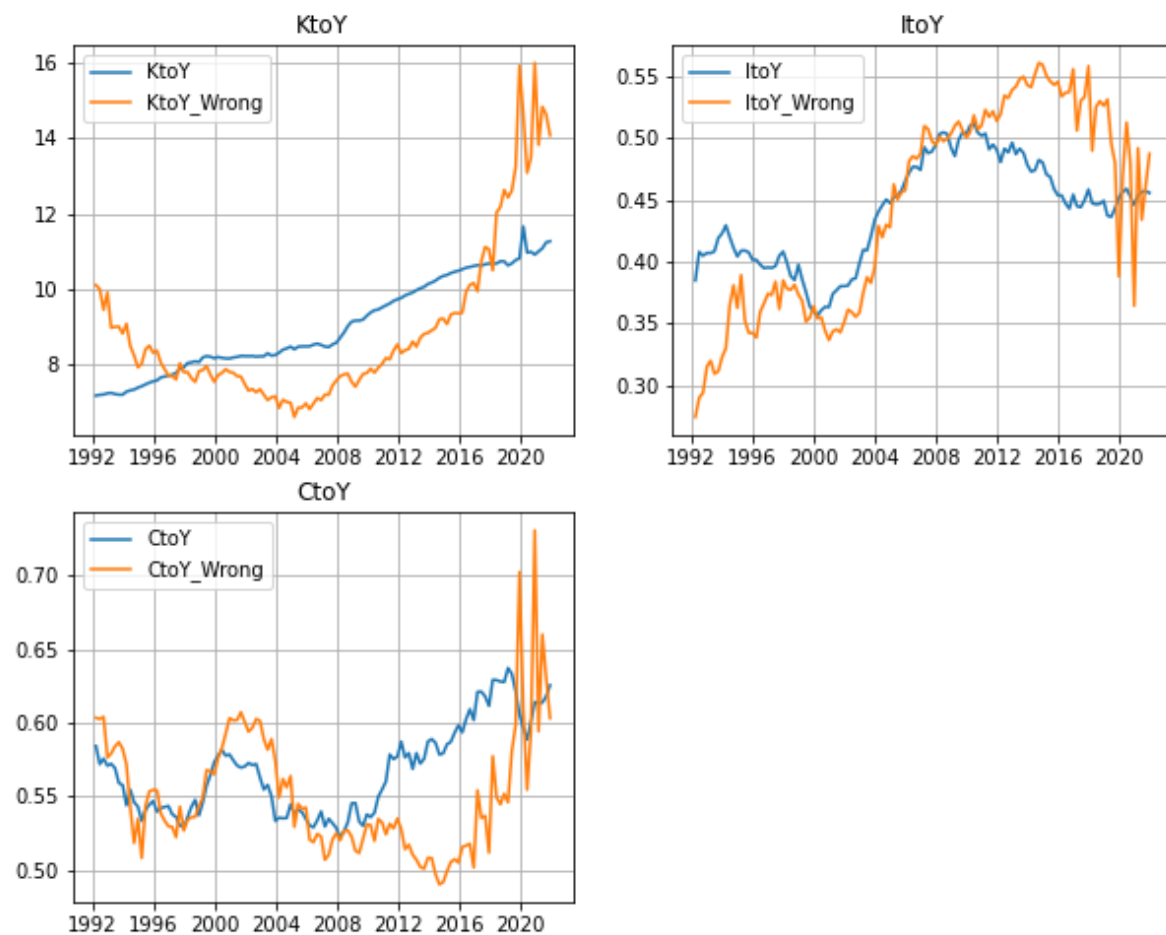
---

- 用社会消费品零售总额替代私人消费
  - 私人消费支出还包括教育、医疗等非零售消费品支出
- 用一般公共财政支出替代政府消费
  - 财政支出(government expenditure)包括大量针对最终消费者的转移支付，但这部分不反映政府部门购买最终产品的消费支出
- 用固定资产投资替代资本形成
  - 固定资产投资包含土地费用，但这部分价值反映的是自然资源租金收益，而非生产活动带来的经济增加值

# 错误序列对比：消费、投资及相应的产出序列

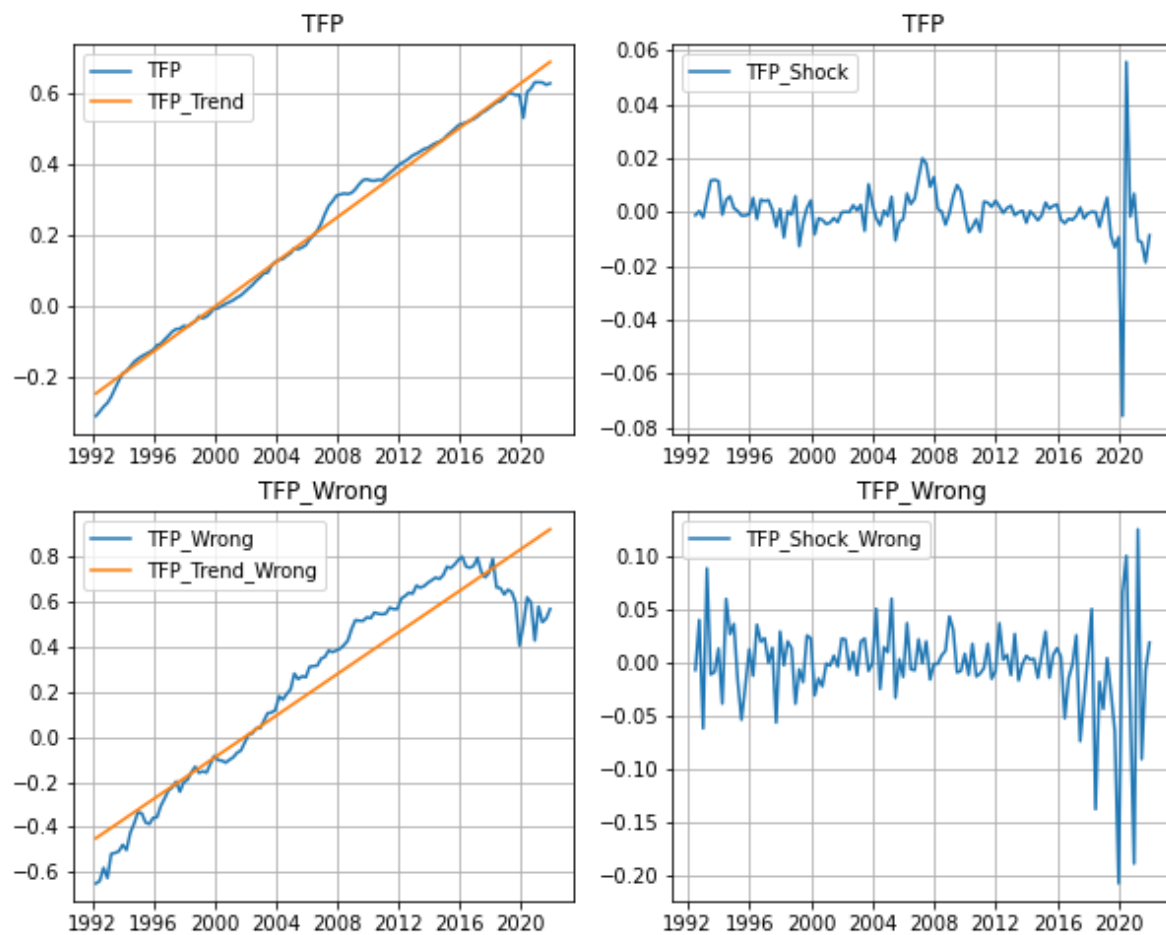


# 错误的比例序列





# 错误的TFP序列



# 错误序列下的校准

	$N_{ss}$	$\left(\frac{K}{\bar{Y}}\right)_{ss}$	$\left(\frac{I}{\bar{Y}}\right)_{ss}$	$\left(\frac{C}{\bar{Y}}\right)_{ss}$	$\gamma$	$\alpha$
基准序列	0.3174	9.0159	0.4408	0.5674	0.0202	0.4937
错误序列	0.3174	8.8829	0.4434	0.5507	0.0202	0.4937

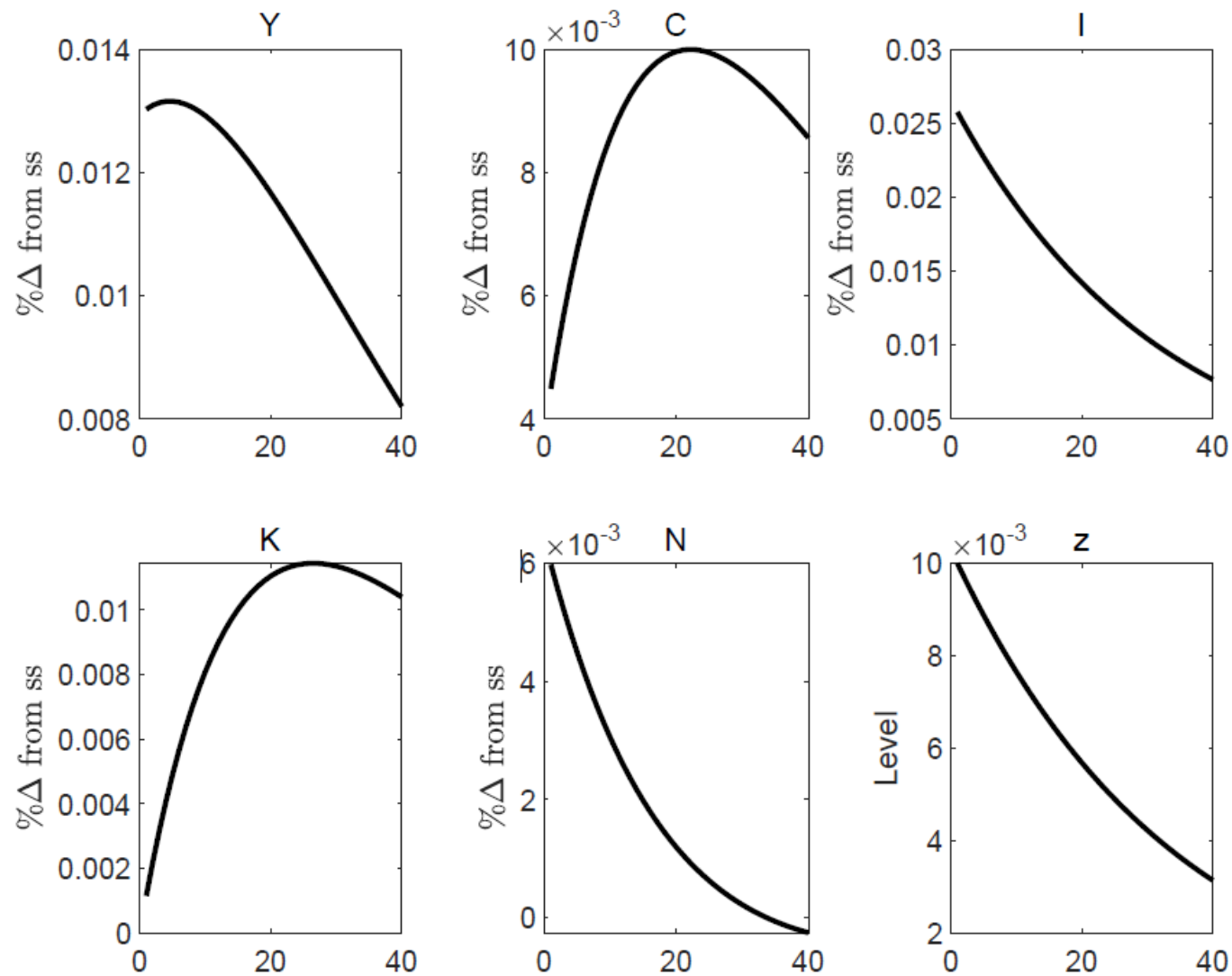
	技术					偏好		
	$\alpha$	$\delta$	$\rho$	$\sigma_z$	$\gamma$	$\beta$	$\sigma$	$b$
基准	0.4937	0.0250	0.9092	0.0106	0.0202	0.9907	1	0.4776
错误	0.4937	0.0250	0.9707	0.0428	0.0202	0.9899	1	0.4695

## 错误序列下的模型矩

- 由于TFP冲击项标准差过大，对数线性求解会出现 $i_t < -1$ 即 $I_t < 0$ 的情况，无法取对数计算HP滤波，故使用2阶扰动法求解
- 波动率全部显著高估

	China	model	China	model	China	model
	sd.dev.%	sd.dev.%	sd relative to Y	sd relative to Y	corr(.,Y)	corr(.,Y)
Y	1.08	7.18	1	1	1	1
C	1.93	2.90	1.78	0.40	0.50	0.91
I	2.46	15.00	2.27	2.09	0.59	0.98
K	0.61	2.20	0.56	0.31	0.43	0.41
N	1.39	3.41	1.28	0.47	-0.04	0.97

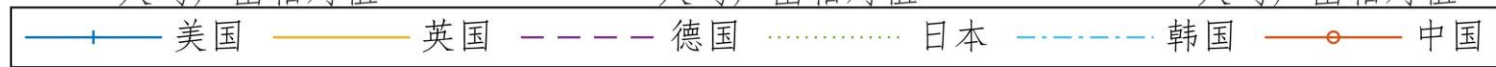
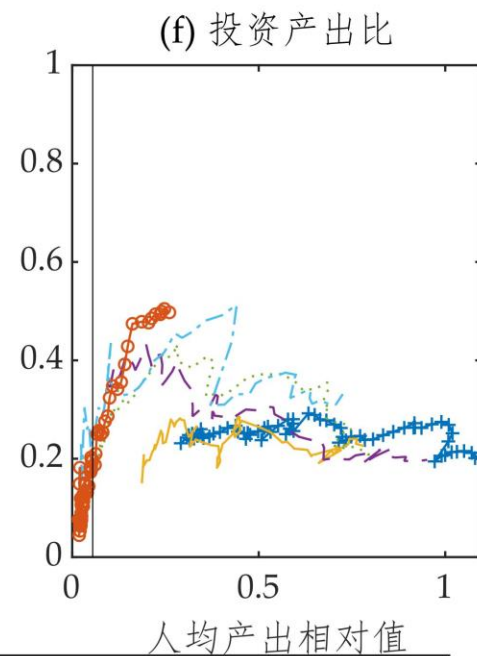
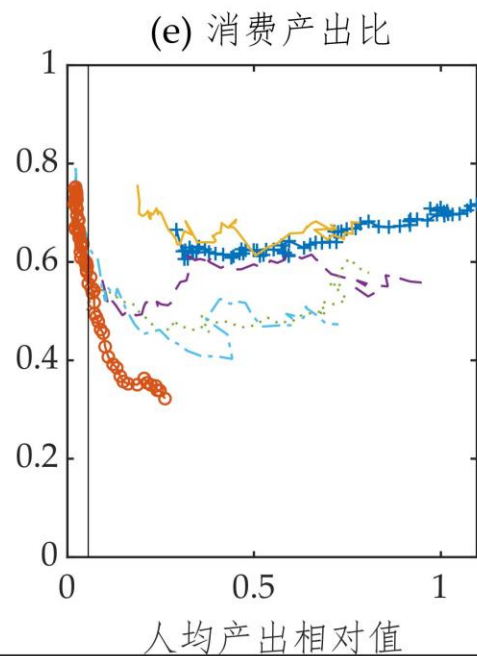
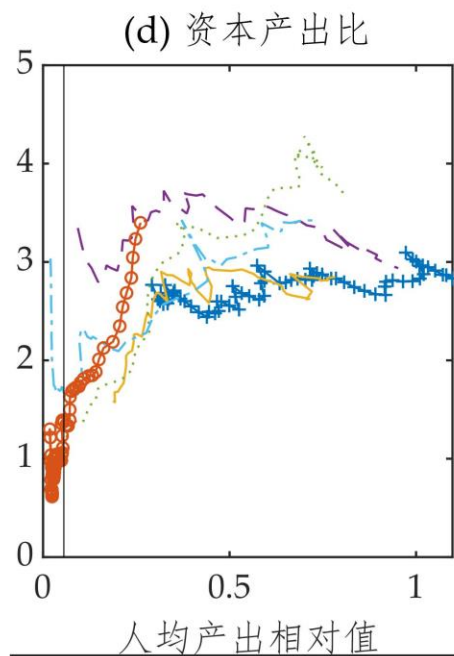
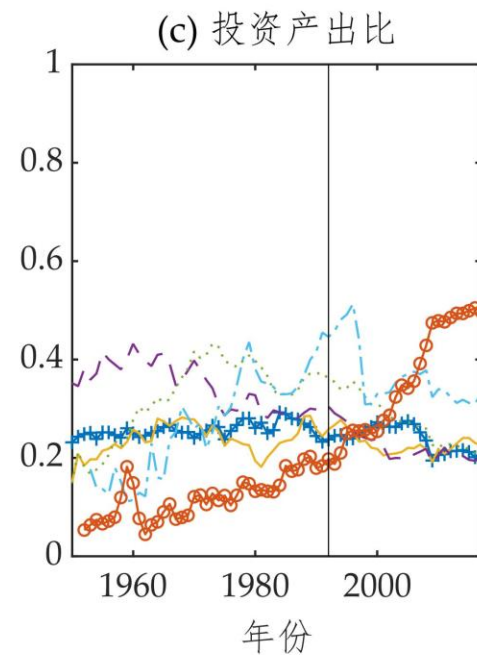
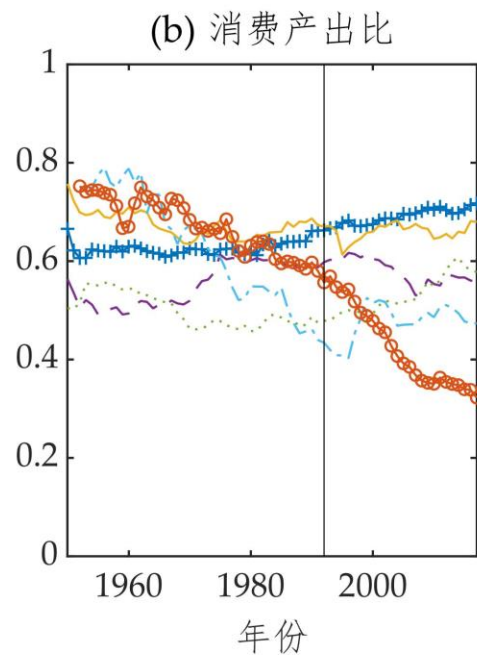
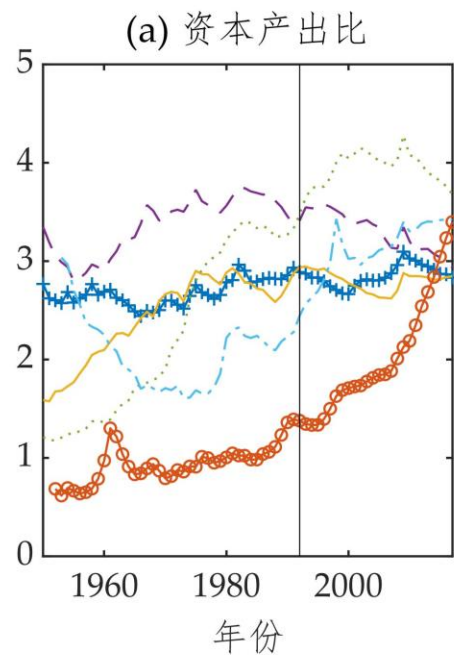
## 错误序列下的脉冲响应：结构参数差别较小，IRF相似



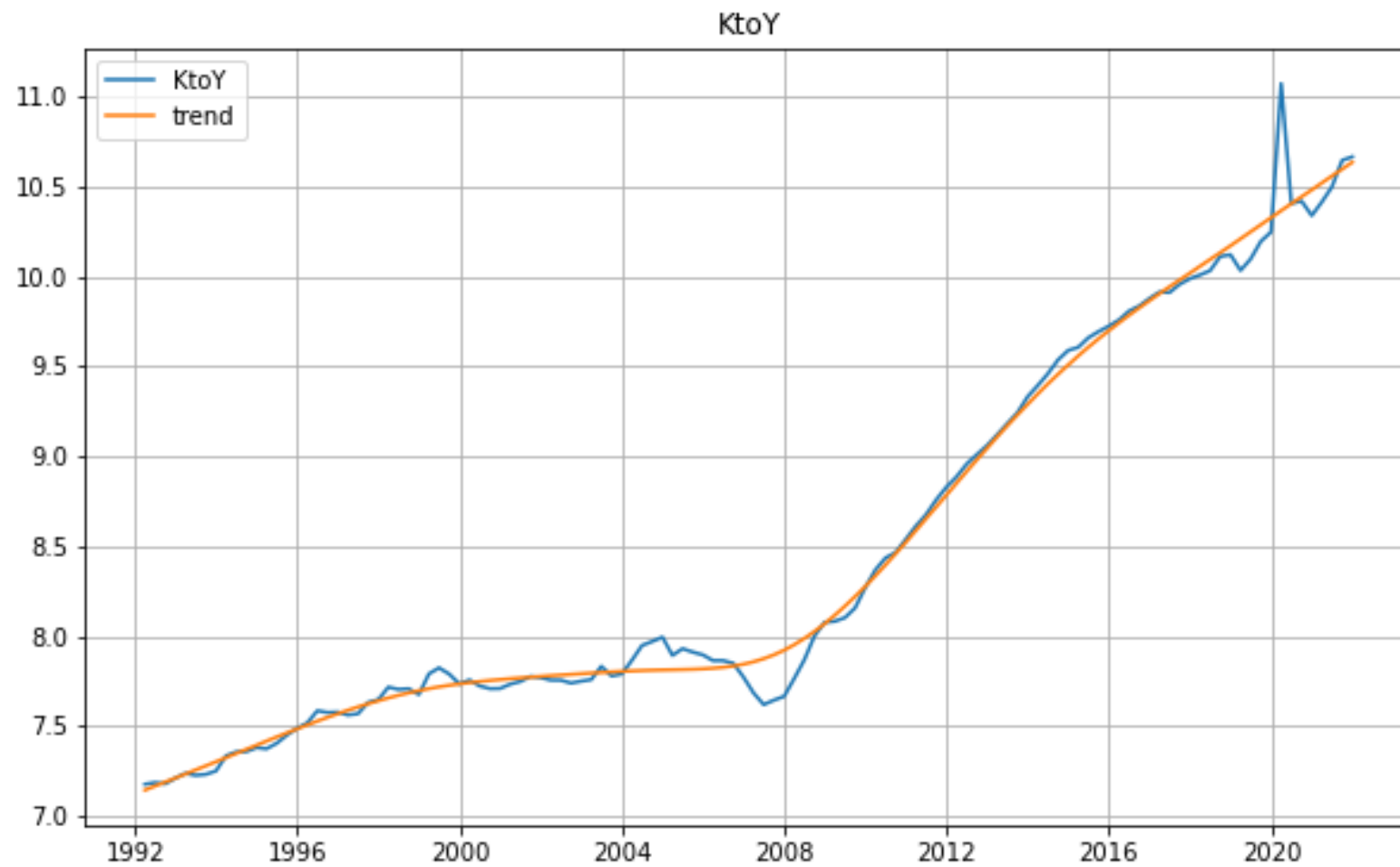
## 挑战2：转移路径与全局非线性求解

---

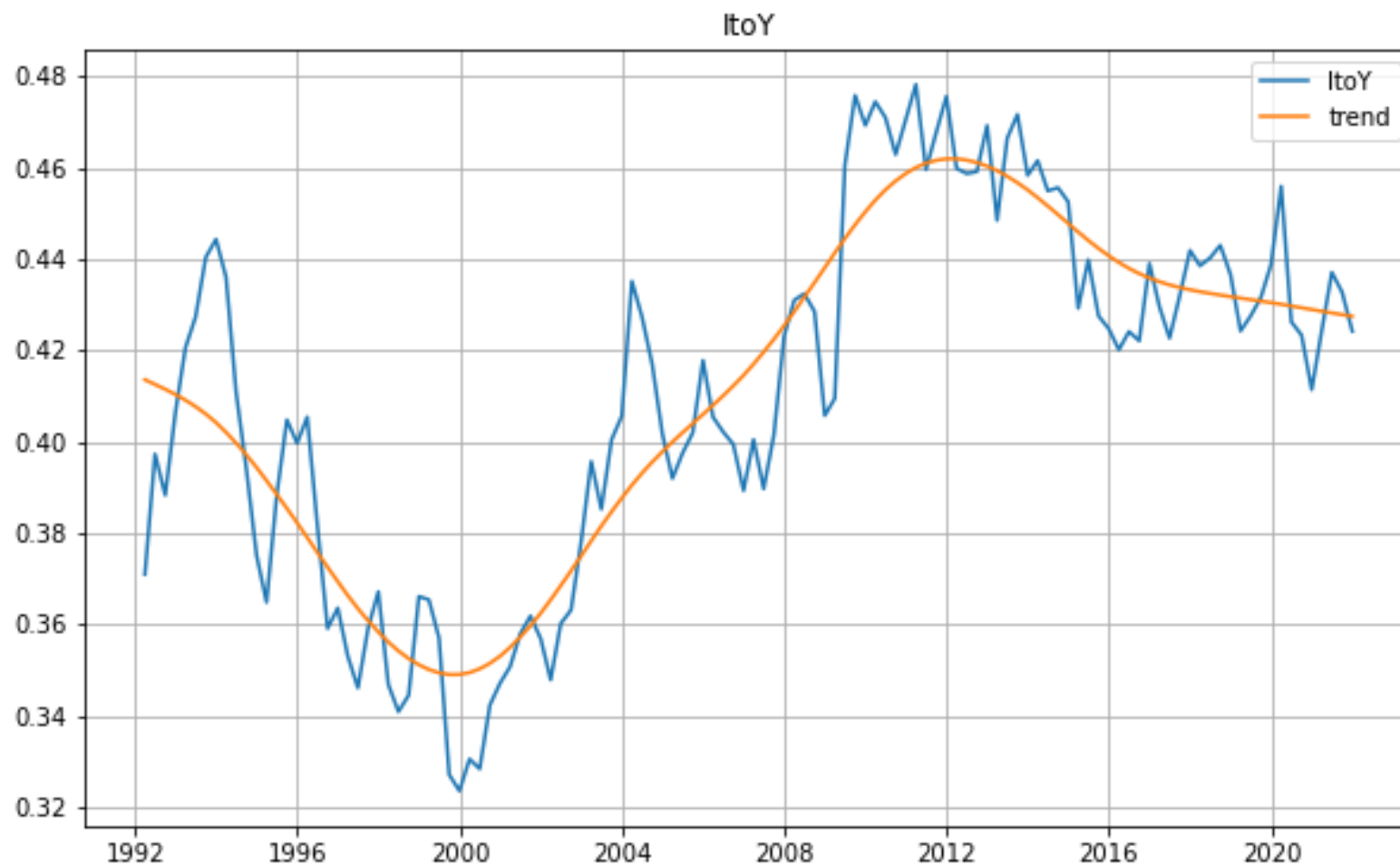
- 中国宏观经济整体仍然远离稳态：核心宏观比例处于转移路径中
  - 基于稳态求解的DSGE模型分析有很强的局限性
    - 高阶扰动法(perturbation)不解决问题：依然假设围绕稳态进行高阶展开并求解
  - 见下页国际对比（年度数据，来源为PWT）及中国1992年开始的动态变化趋势（CMTS及自行构建）
    - 来源：李戎、刘岩、彭俞超、许志伟、薛涧坡，“动态随机一般均衡模型在中国的研究进展与展望”，《经济学（季刊）》，2022年第6期



# 资本产出比

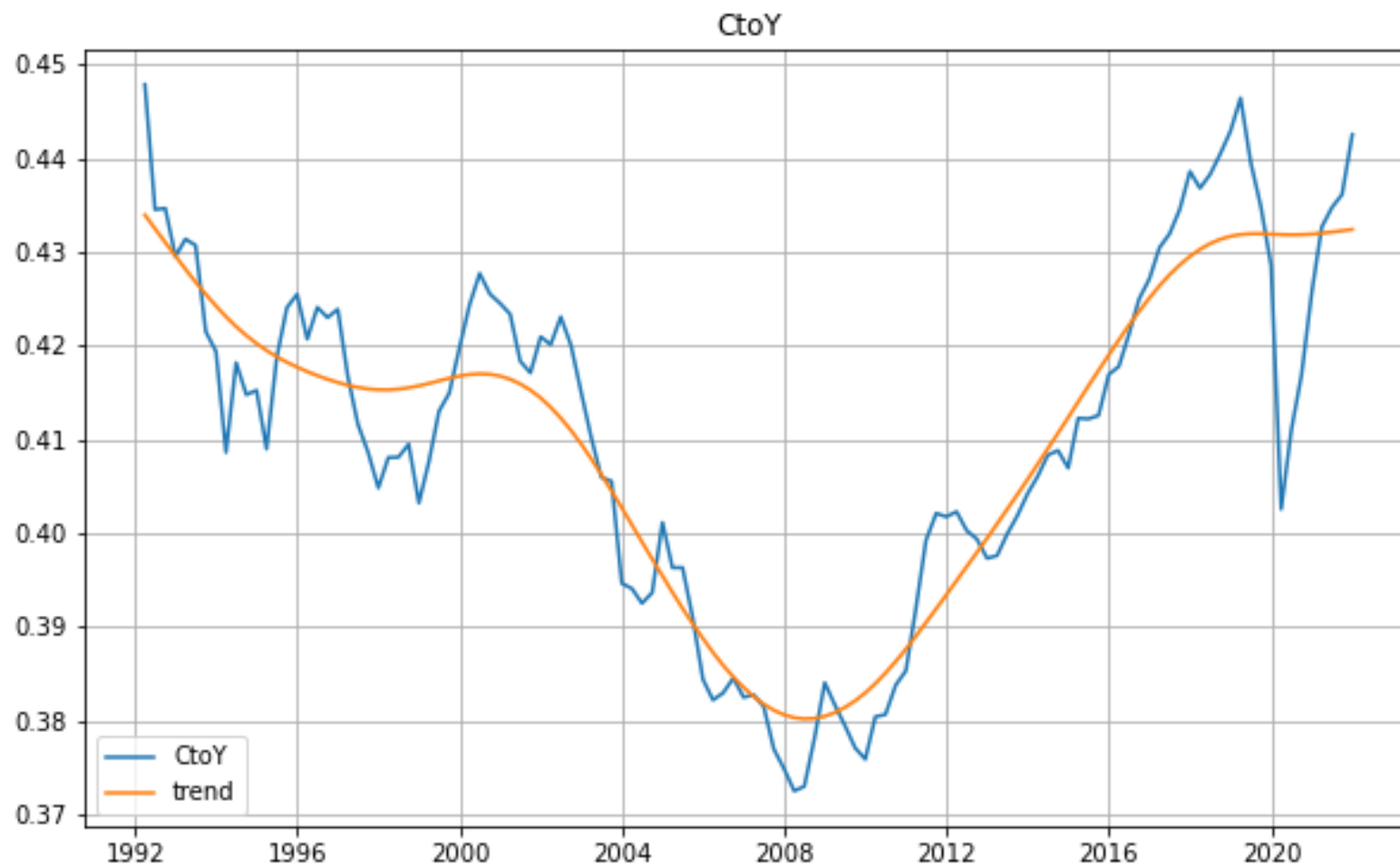


# 投资产出比

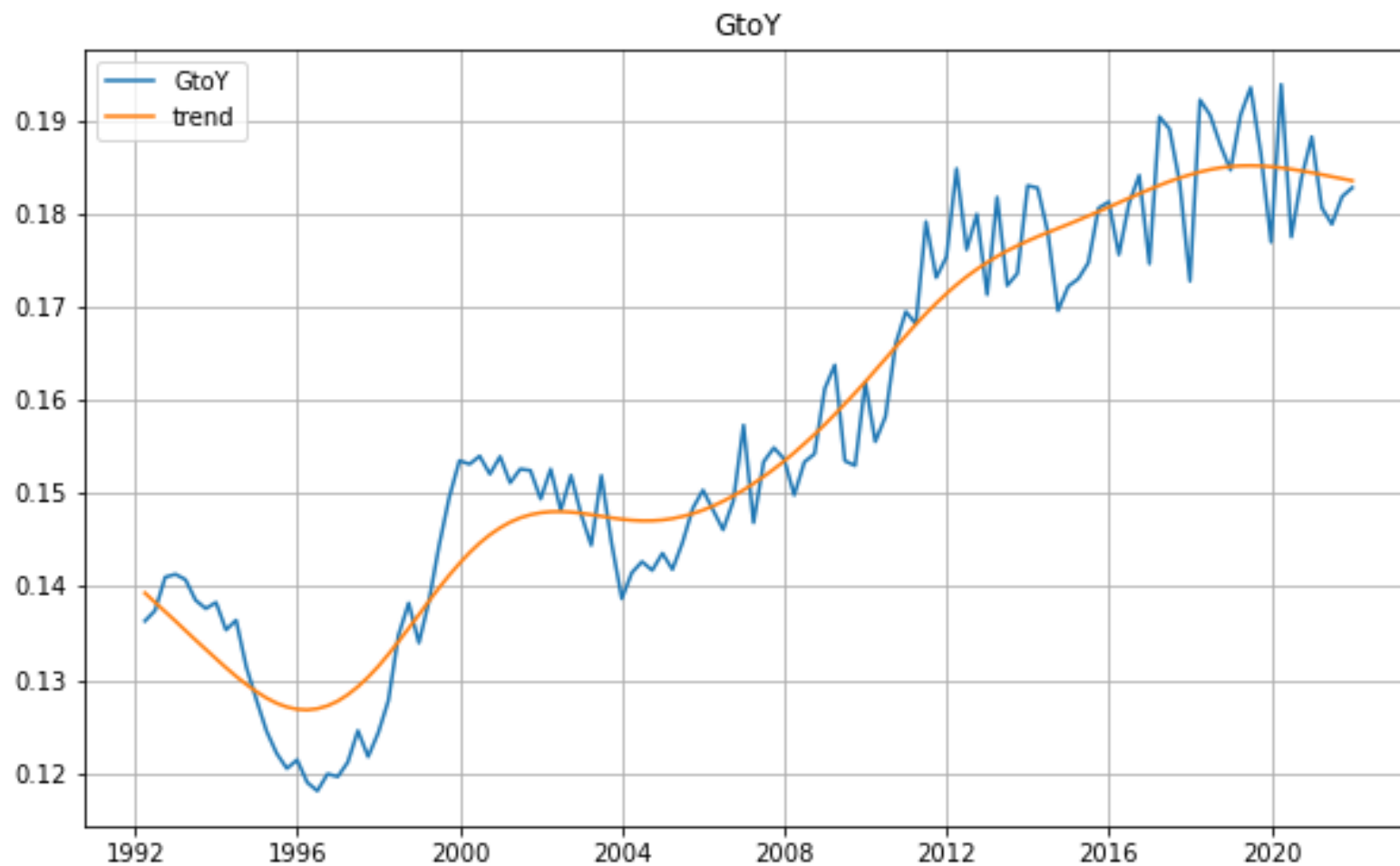




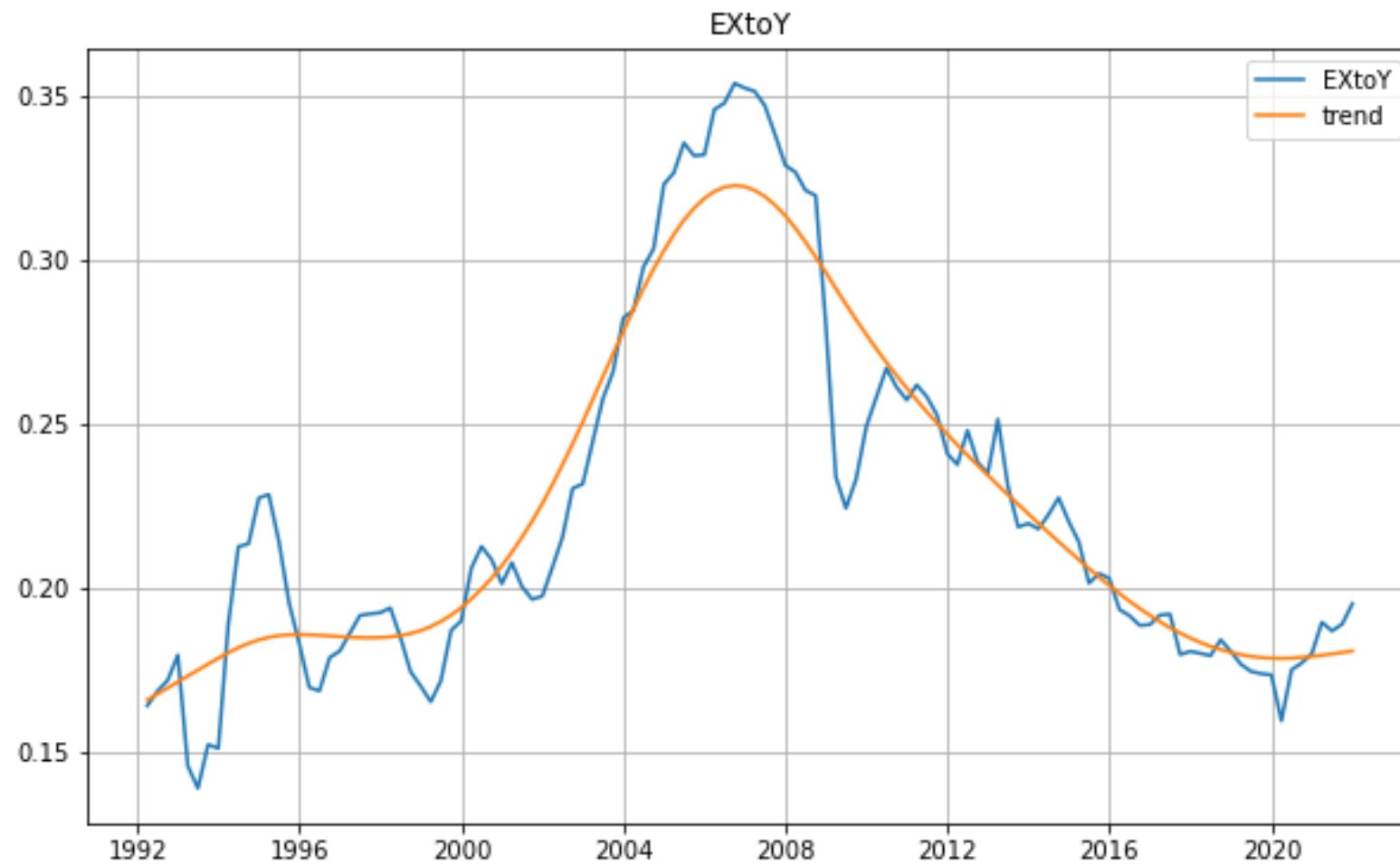
# 私人消费产出比



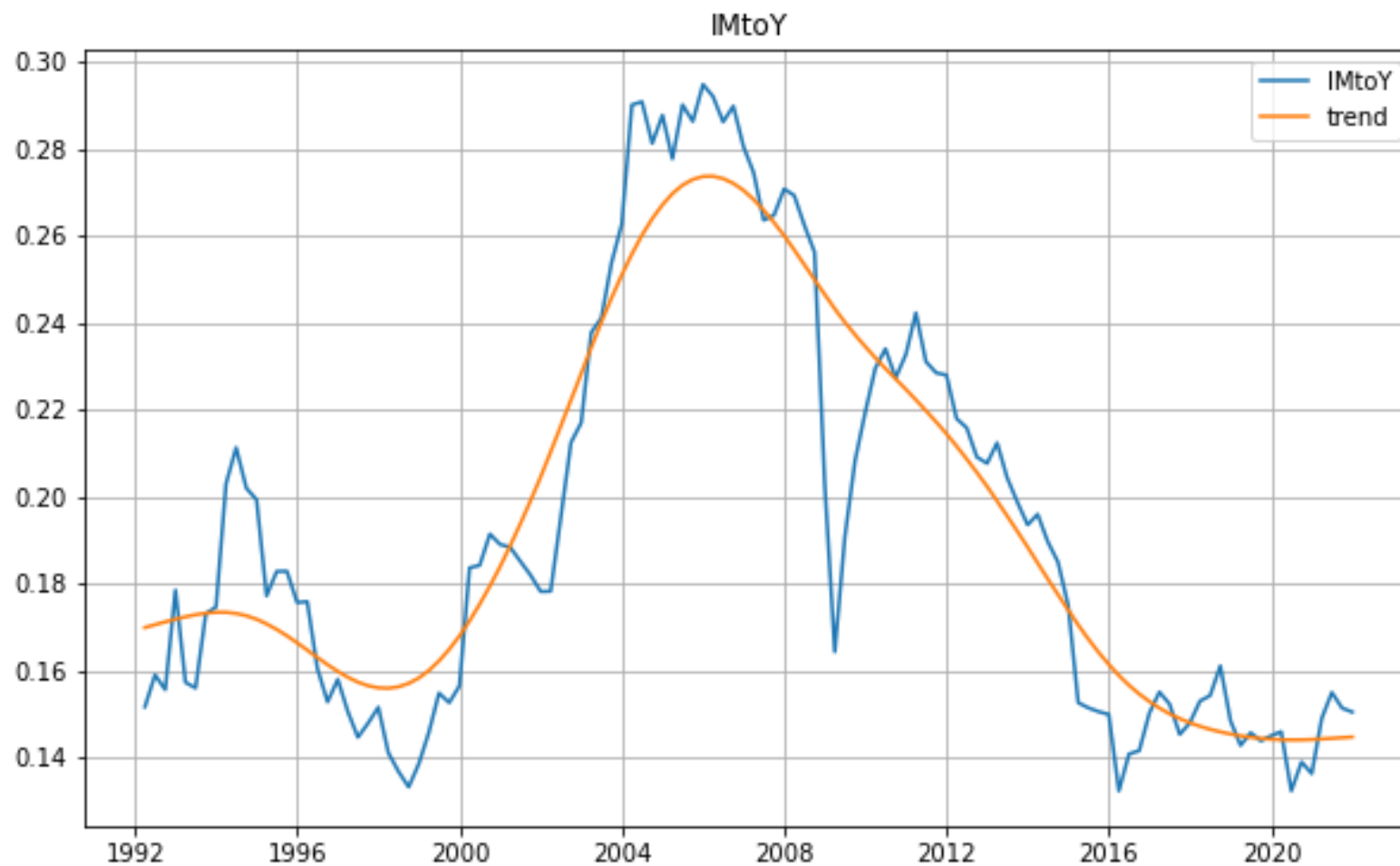
# 政府消费产出比



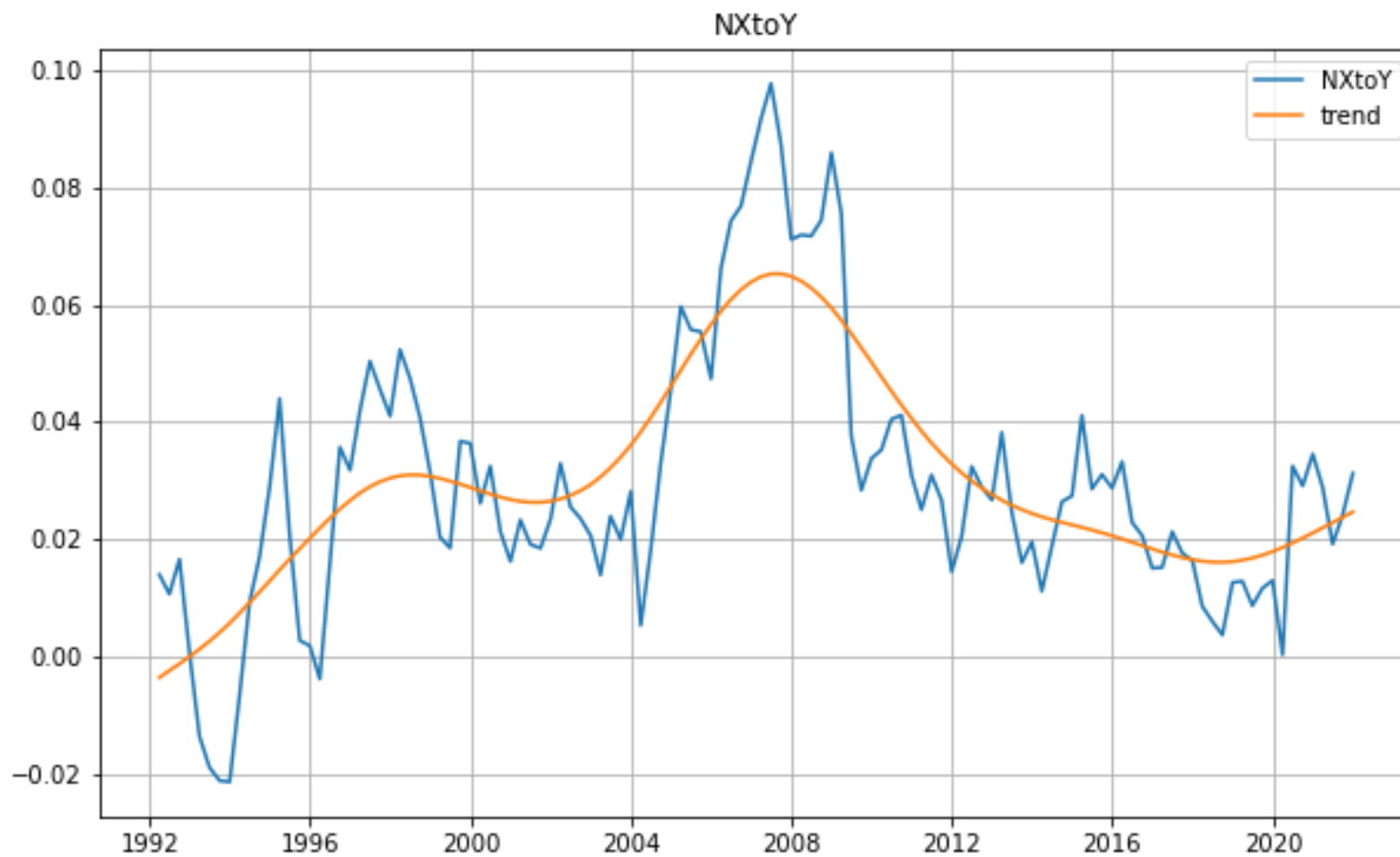
# 出口产出比



# 进口产出比



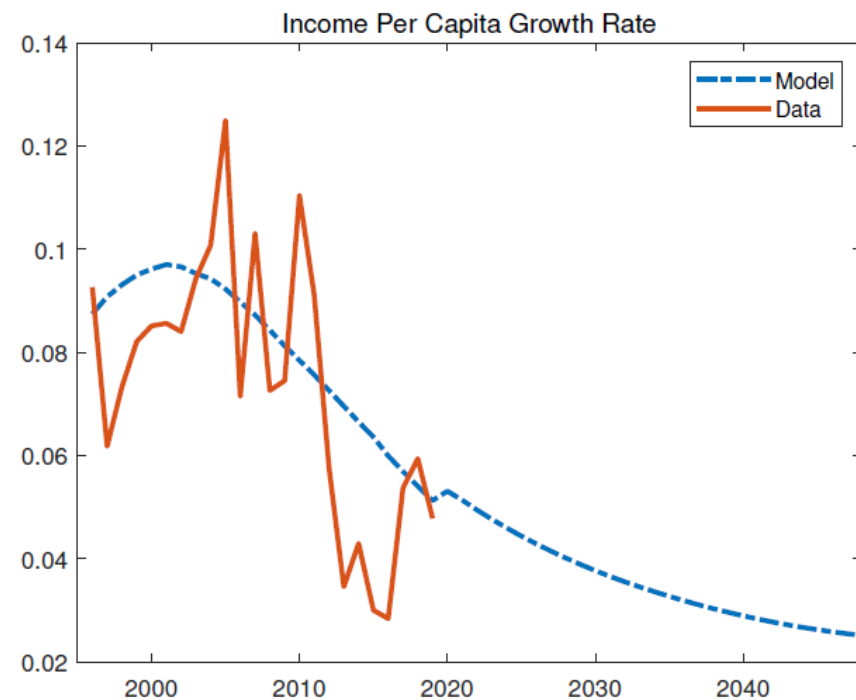
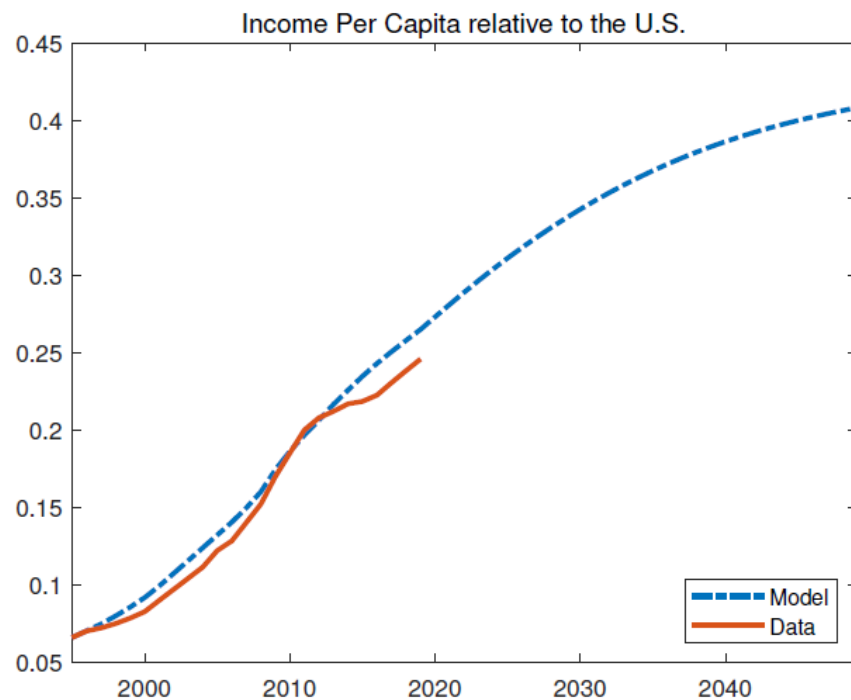
# 净出口产出比



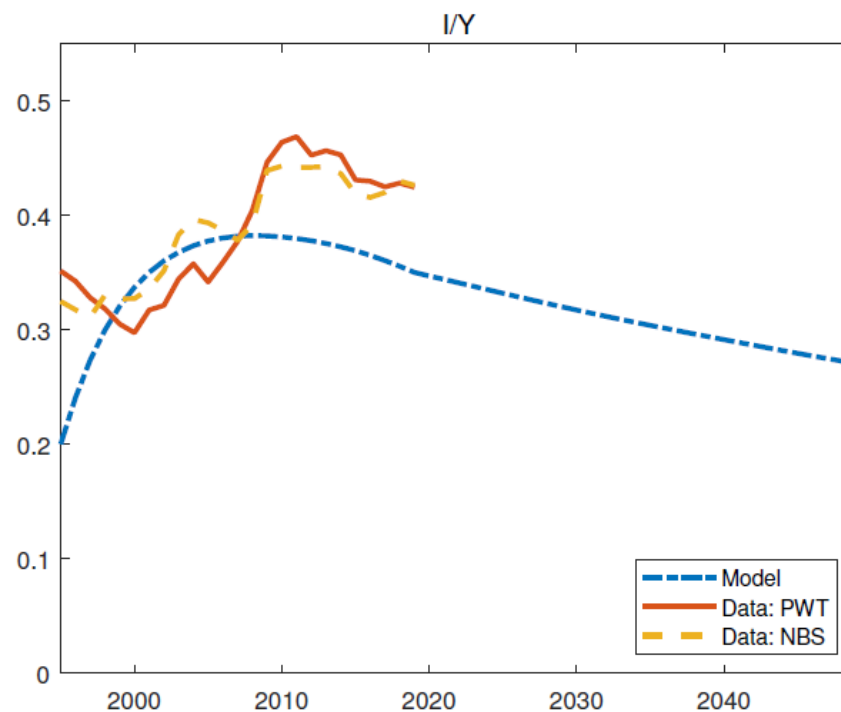
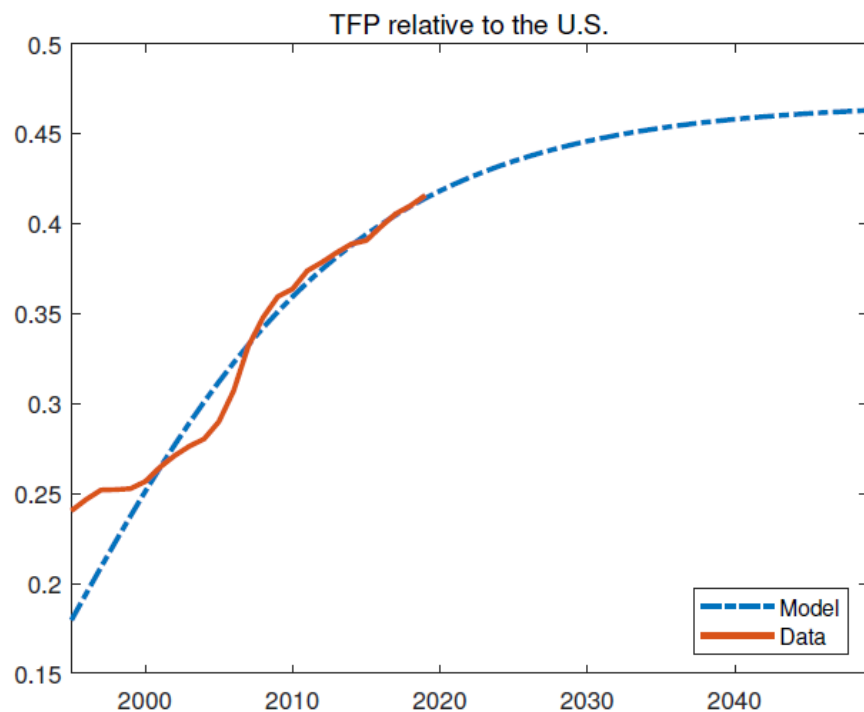
# 利用全局非线性求解方法求解转移路径

- 不考虑外生随机冲击，若状态变量初始值不等于其稳态值，如RBC模型中 $K_0 \neq K_{ss}$ ，则模型变量从 $t = 0$ 开始，会随时间自发改变，形成一个动态路径，称为转移路径(transition path)，该类模型动态亦称为转移动态(transition dynamics)
- 求解转移路径通常有两种方法，均为全局非线性(global nonlinear)方法
  - 序列法：固定模型状态变量的初值及终值，例如RBC模型可假设对足够大的 $T$ 期，模型变量收敛到稳态值 $K_T = K_{ss}$ ，则可通过非线性模型均衡条件及初值、终值，求解内生变量 $X_t, t = 0, \dots, T$ 的取值
  - 递归法：求解模型的全局非线性递归解 $K_{t+1} = G_K(K_t, A_t), X_t = G_X(K_t, A_t)$ ，然后从 $K_0, A_0$ 开始对模型动态进行数值模拟
- 示例：Fernandez-Villaverde, Ohanian, and Yao (2023) “The Neoclassical Growth of China,” working paper
  - 姚雯，清华大学

# FOY (2023): 转移路径，中国TFP动态追赶美国



# FOY (2023): 转移路径，中国TFP动态追赶美国





## 挑战3：中国宏观经济的独特特征

---

### ■ 中国经济现实的两大特征

- 丰富的异质性⇒代表性个体的加总宏观模型在中国适用性有诸多限制
  - 《十四五规划和2035年远景目标纲要》中明确指出，当前中国经济面临发展不平衡、不充分问题，在供给、分配、投资、产业、进出口、国有经济布局、财政支出、税制、金融体系、区域空间、人口、教育、卫生、劳动力等诸多方面存在明显、独特的结构性特征
- 政府角色重要⇒主流宏观理论中，政府是Ramsey计划者，最大化资源配置效率，但在中国，各层级政府是宏观经济行为主体之一

### ■ 参考文献

- 李戎、刘岩、彭俞超、许志伟、薛涧坡，“动态随机一般均衡模型在中国的研究进展与展望”，《经济学（季刊）》，2022年第6期
- 薛涧坡、许志伟、刘岩、李戎，“兼爱非攻则天下治——一个统一的多政府主体宏观经济分析框架”，工作论文，2021年

# 结语

---

## 哥本哈根学派的有益经验

---

110年前的1913年，著名物理学家尼尔斯·波尔写成量子物理的奠基性三部曲系列论文，随后引领一批杰出的物理学家，在丹麦建立起哥本哈根学派，成为世界公认的量子物理研究中心。这一学派的建立及其所表现出的一般性学科发展经验，可以总结为如下三个方面：

1. 科学进步本身有赖于鼓励不同思想的自由交流。狄拉克在获得诺贝尔物理学奖后给波尔的信中提到：“我感到我所有最深刻的思想，都受了我和你谈话的巨大而有益的影响，它超过了与其他任何人的谈话，即使这种影响并不表现在我的著作中，它却支配着我进行研究的一切打算和计划。”

## 哥本哈根学派的有益经验

---

2. 一个大学学科的建设，不仅仅要依靠少数科学家的能力和才华，更是要不断吸收相当数量的年轻人，让他们熟悉科学研究的结果与方法。只有这样，才能在最大程度上不断提出新问题。新思想就会不断涌进科研工作中。
3. 进行理论性研究工作，必须每一时刻把理论的这个或那个结果与实验结果相比较，然后才能在各种可能性之间做出选择。实验研究工作者必须与理论研究密切结合，这样可以减少实验工作的盲目性。同时，实验结果永远是检验一个自然科学理论正确与否的决定性的判据。

摘自北京大学物理学教授曾谨言在《纪念Bohr的〈伟大的三部曲〉发表100周年暨北京大学物理专业建系100周年》一文