2020 秋季本科时间序列

第 8 次作业答案

12 月 21 日

1. (a) 由题意得

$$AMA^\intercal = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 2a+1 \\ 2a+1 & 2a^2+2a+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} = D$$

由此可得

$$\begin{cases} 2a+1=0 \\ b=2 \\ c=2a^2+2a+2 \end{cases}$$

解得 $a=-\frac{1}{2}$，$b=2$，$c=\frac{3}{2}$

(b) 由于 $AMA^\intercal = D$，得 $M = A^{-1}DA^{-1} = (A^{-1}D^{\frac{1}{2}})(A^{-1}D^{\frac{1}{2}})^\intercal$，易得 $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$，故 $A^{-1}D^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{6}}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{6}}{2} \end{bmatrix}$，即 $P = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{6}}{2} \end{bmatrix}$

（或直接设 $P = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$，写出 $PP^\intercal$ 后，依次计算 p_{11}，p_{21} 和 p_{22}，答案与上述解法相同。此处需要注意 Cholesky 算法需要对角线元素大于 0）

(c)

$$|\lambda I - M| = \begin{vmatrix} \lambda-2 & -1 \\ -1 & \lambda-2 \end{vmatrix} = (\lambda-2)^2 - 1 = \lambda^2 - 4\lambda + 3$$

令 $|\lambda I - M| = 0$，解得 $\lambda_1 = 1$，$\lambda_2 = 3$，即 $\mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} = D$，因此，对角矩阵即 $\mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2)$ 不等于 D。

2. (a) 3 个变量的差分序列皆具备平稳性。具体如图 1 所示。

   代码如下：

```
library(readxl)
library(dplyr)
data <- read_xlsx('C:/Users/孔彤阳/Desktop/时间序列2020/hw8
  /VAR_M2/CMTS_Q.xlsx')
CMTS <- data %>%
select(q_dates_data, logrealGDP_va, CPI, logM2) %>%
filter(q_dates_data >= 1999.75 & q_dates_data<=2018.75)
diff_CMTS <- tibble(
diff_logGDP = diff(CMTS$logrealGDP_va, lag = 1),
diff_CPI = diff(CMTS$CPI, lag = 1),
diff_logM2 = diff(CMTS$logM2, lag = 1)
)
#各变量时间序列图
for(i in 2:4){
 TS <- ts(CMTS[i], start=1999.75, end=2018.75, frequency=4)
 plot(TS)
}
#各变量差分时间序列图
for(i in 1:3){
 TS <- ts(diff_CMTS[i], start=2000.00, end=2018.75,
    frequency=4)
 plot(TS)
}
```

   (b) 第 3 个方程的参数估计显示，$\Delta \log GDP_{t-1}$ 和 $\Delta \log CPI_{t-1}$ 的估计系数随着 VAR 模型滞后阶数增加而减小。

   代码如下：

```
library(vars)
diff_CMTS <- tibble(
diff_logGDP = diff(CMTS$logrealGDP_va, lag = 1),
diff_logCPI = diff(log(CMTS$CPI), lag = 1),
diff_logM2 = diff(CMTS$logM2, lag = 1)
)
for(i in c(1,2,4)){
```

```
  VAR <- VAR(diff_CMTS, p=i, type='const')
  print(VAR)
}
coef <- tribble(
~"p", ~"diff_logGDP.l1",~"diff_logCPI.l1",
#----------/---------------/
"1" , 0.04840883 , -0.42899817 ,
"2" , -0.016864647 , -0.650332715,
"4" , -0.069665684 , -0.693503282,
)
knitr::kable(coef,digits = 4,
caption = "diff_logM2方程估计系数")
```

所以该方程得估计系数为

p	$\Delta \log GDP_{t-1}$	$\Delta \log CPI_{t-1}$
1	0.0484	-0.4290
2	-0.0169	-0.6503
4	-0.0697	-0.6935

(c) 根据 AIC 准则，滞后阶数 P 应取越大越好。AIC 呈现先增大后减小的趋势，结合 SC 与模型的自由度判断，取 4 阶不符合大样本，滞后阶数应取 1 阶。

代码如下：

```
VARselect(diff_CMTS, type = "const")
```

(d) 三种估计结果分别如图 2，图 3，图 4 所示。

代码如下：

```
VAR1 <- VAR(diff_CMTS, p=1, type='const')
VAR2 <- VAR(diff_CMTS, p=2, type='const')
VAR3 <- VAR(diff_CMTS, p=4, type='const')
plot(irf(VAR1))
plot(irf(VAR2))
plot(irf(VAR3))
```

(e) 当经济体面临一个外生的货币冲击时，将在今后 8 期，即 2 年的时间内受其影响，短期 GDP 增速和 CPI 增速迅速上升，然后回落，长期来看会恢复到经济的长期均衡。

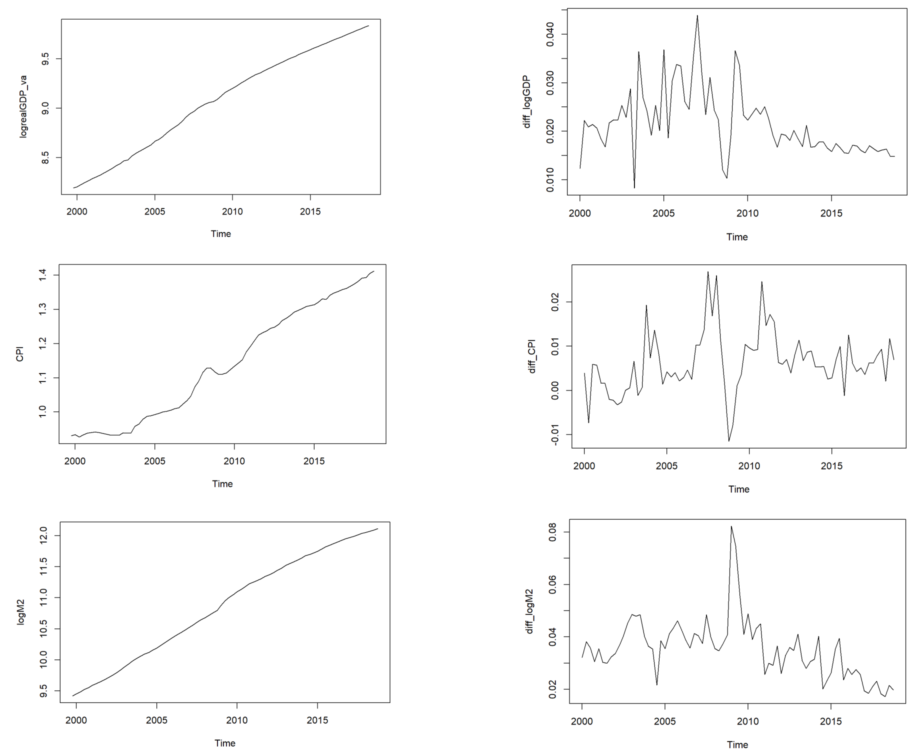

图 1: 各变量及其差分时间序列图

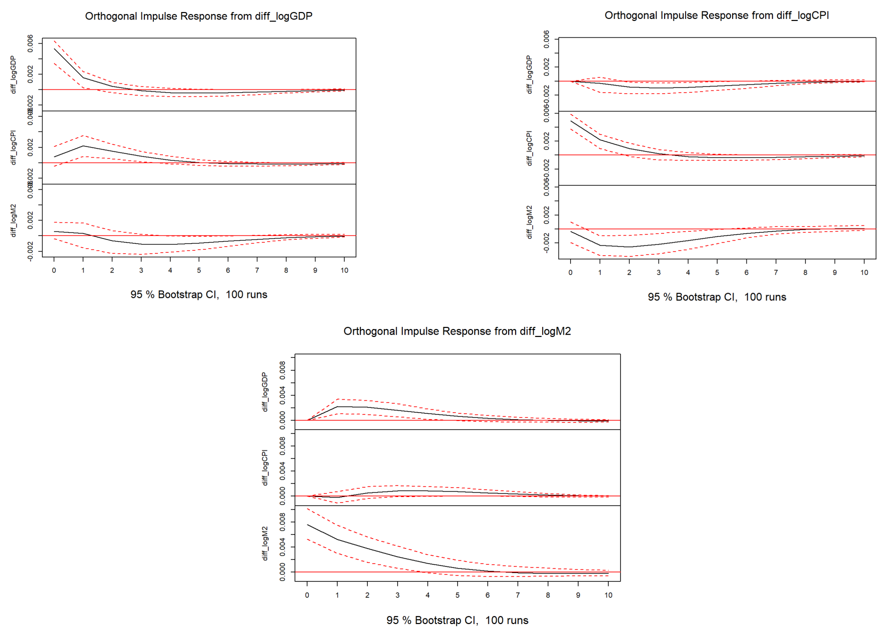

图 2: VAR1 估计结果

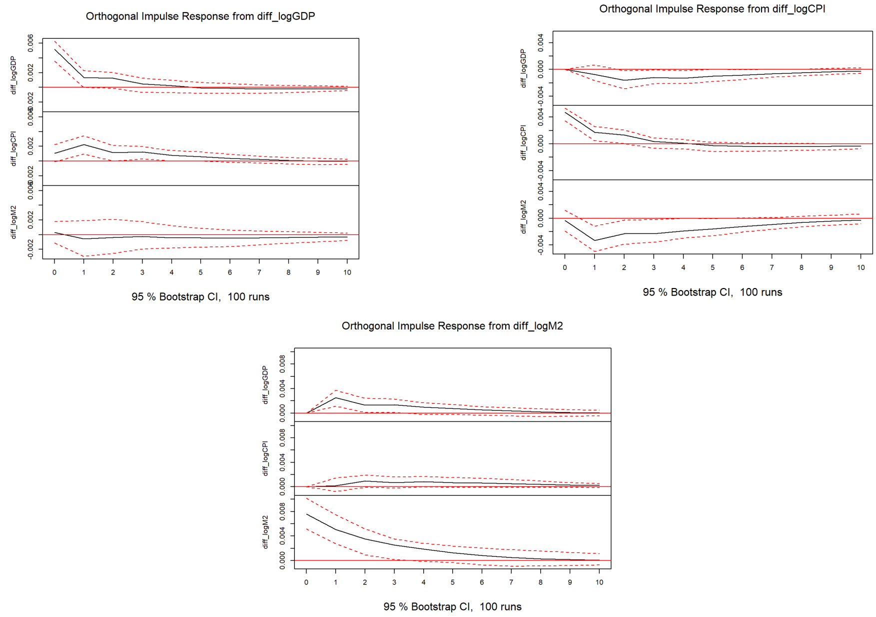

图 3: VAR2 估计结果

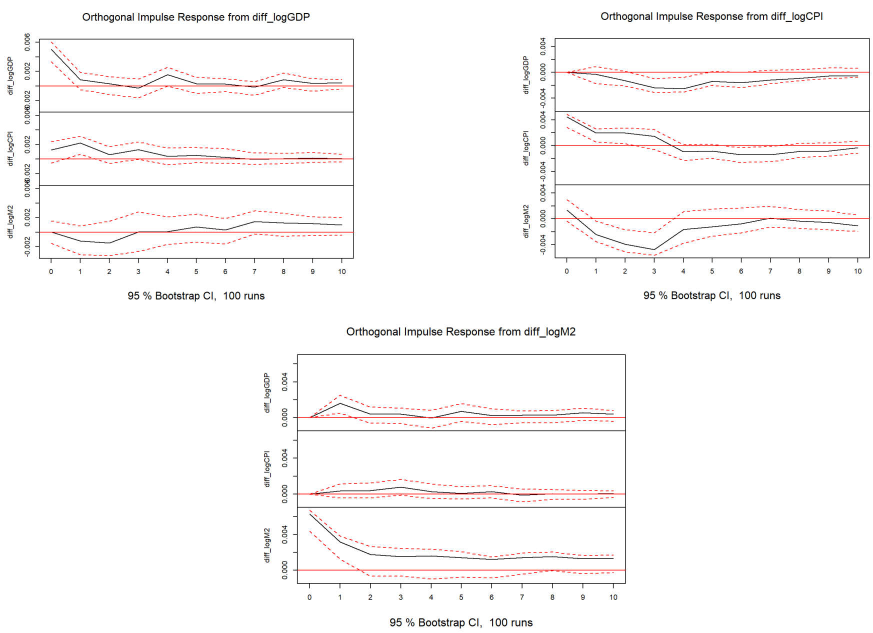

图 4: VAR3 估计结果