高级微观经济学

# 第 7 讲：逆向选择理论与应用

授课人：刘岩

武汉大学经管学院金融系

2022 年 11 月 29 日

# 本节内容

## 基本问题

- 买家和卖家间交易的基本问题：交易双方的信息不对称
- 特别的，对于一方持有关于交易物的私人信息，并且这些私人信息也会影响对方的收益的情形，称为逆向选择问题 (adverse selection)
- 经典的例子是 Akerlof (1970, QJE) “柠檬市场” (lemon market)
- 逆向选择问题的提出促使经济学界研究两种可能可能克服这个问题的市场机制

1. Spence (1973, QJE) 提出的信号 (signaling) 理论
2. Rothschild and Stiglitz (1976, QJE) 提出的筛选 (screening) 理论

# Spence 劳动市场信号模型

Spence 模型 (job market signaling) 的基本设置

- 劳动市场中有两类员工 (求职者)：低技能 (生产率为 1) 和高技能 (生产率为 2)；前者的比列为 $\pi \in (0,1)$，后者为 $1-\pi$；技能是私人信息
- 高、低技能员工的效用函数分别如下

$$u_h(w,e) = w - k_h g(e), \qquad u_l(w,e) = w - k_l g(e),$$

  $w$ 为工资，$e$ 为受教育的年限，$g(\cdot)$ 为凸函数；并且 $k_h < k_l$，即前者的受教育的边际效用损失更小
- 假设有两家 (或以上) 的企业；高技能员工对企业的价值为 $2e$，低技能员工为 $e$

# Spence 模型的市场运作方式

- 两类求职者分别选择自己的受教育年限 $e_h, e_l$
- 聘用企业不能观测到求职者的技能高低，只能观测到其受教育年限 $e$，并根据 $e$ 制定工资 $w$；故企业选择的是一个工资函数 $w(e)$
- 求职者总选择所出工资最高的企业的聘用；如果几个企业所出工资一样，求职者随机的选择其中一家

## Spence 模型的序贯均衡

Spence 模型可以看做一个信号博弈：受教育年限 $e$ 为信号；求职者为发送方，企业为接收方；其序贯均衡由工资函数 $w(e)$，求职者选择 $\sigma_i(e), i = h, l$，和信念系统 $\mu(e)$ 构成，并满足：

- 求职者最大化 $u_i(w(x), x)$；其选择 $e$ 的概率 $\sigma_i(e) > 0$ 为正当且仅当 $e \in \operatorname{argmax}_x u_i(w(x), x)$
- 企业支付竞争性工资；$w(e) = \mu(e)e + (1 - \mu(e))2e$
- 如果 $e$ 被至少一类求职者选择，则信念系统 $\mu(e)$ 满足 Bayes 法则

$$\mu(e) = \frac{\sigma_l(e)\pi}{\sigma_l(e)\pi + \sigma_h(e)(1 - \pi)}$$

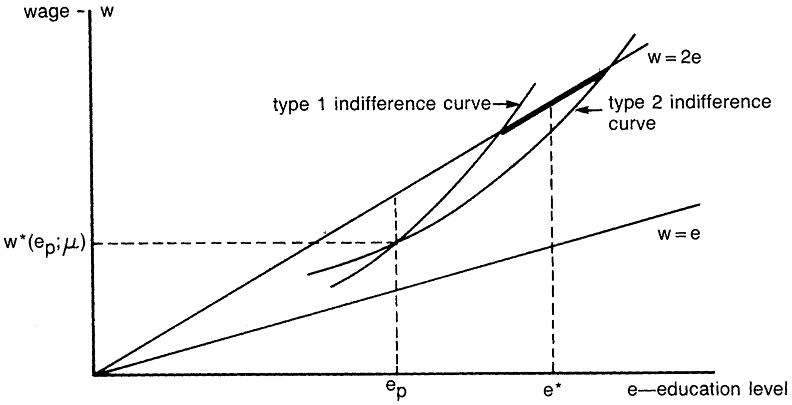
## 两类序贯均衡

- Spence 模型的纯策略序贯均衡可以分为两类
- 第一类为合并均衡 (pooling equilibrium)：两类员工选择同样的 $e$，$\mu(e) = \pi$，$w(e) = \pi e + (1 - \pi)2e$
- 第二类为分离均衡 (separating equilibrium)：$l$ 类员工选择 $e_l$，$h$ 类员工选择 $e_h$，$e_l \neq e_h$，此时 $\mu(e_l) = 1$，$\mu(e_h) = 0$，$w(e_l) = e_l$，$w(e_h) = 2e_h$
- 两类均衡都可能存在：取决于效用函数以及均衡外信念

## Riley 结果与直观准则

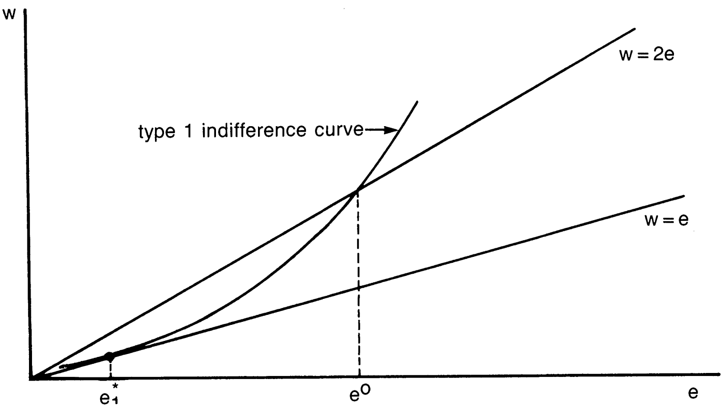
- Riley 结果 (Riley outcome, 1979, ECTA) 是一个特定的分离均衡：$l$ 员工选择 $e_l$ 最大化 $u_l(x,x)$；$h$ 员工选择 $e_h$ 最大化 $u_h(2x,x)$，其备选 $x$ 满足 $u_l(2x,x) \leq u_l(e_l,e_l)$
- Riley 最早是从另外一个均衡概念，信息均衡 (informational equilibrium)，导出 Riley 结果的
- Cho and Kreps (1987, QJE) 使用直观准则得出 Riley 结果是唯一的序贯均衡结果：(i) 合并均衡不满足直观准则；(ii) 分离均衡中只有 Riley 结果满足直观准则

# 合并均衡违反直观准则




合并均衡为 $e_p$；$l$ (type 1) 员工一定不会选择 $e^*$，按照直观准则有 $\mu(e^*) = 0$，但此时 $h$ 会选择 $e^*$

# 直观准则只允许 Riley 分离均衡




$e_l = e_1^*$；$h$ 选择 $x \geq e^0$ 段上最大化 $u_h(2x, x)$ 的点 $e_h$

# 本节内容

## Rothschild-Stiglitz 筛选模型

- Rothschild-Stiglitz 的原始模型讨论的保险市场，但与 Spence 的劳动市场模型可以一一对应起来
- RS 与 Spence 的差别：RS 让企业先制定一系列合约 $(w_m, e_m)$，两类求职者再从合约菜单 (menu) 中选择自己最满意的合约
- RS 模型对应的均衡是子博弈完美均衡

## RS 模型的性质

- RS 首先证明了合并均衡不存在；子博弈完美均衡的基本性质是企业的期望 (平均) 利润必须为 0
- RS 然后证明了唯一备选的分离均衡是 Riley 结果
- 证明的关键在于反复使用撇油 (cream skimming) 这一策略
- 但不同于 Spence 模型，RS 指出了在他们的模型下，Riley 结果可能不是均衡：当 $\pi$ 足够小时，这种情况总会发生

# RS 模型的后续

- 为了弥补 RS 均衡缺失的缺陷，Charles Wilson (1976, JET) 提出了预知均衡的概念 (anticipatory equilibrium)，并说明合并均衡是可能的，其关键在于企业可以撤回已经公布的合同
- 而 Riley 的信息均衡 (或反应均衡，reactive equilibrium) 则预测 Riley 分离均衡结果，其关键在于企业总是可以增加工资合约
- Riley 结果的一个基本问题是当 $\pi$ 比较小时，市场均衡总是无效率的

# 本节内容

# 优序融资理论 (pecking order)

Myers and Majluf (1984, JFE)

- 企业和投资者之间的不对称信息影响企业投融资决策
- 好企业在外部融资时容易受到坏企业的影响：信息成本导致更高的融资成本
- 信息成本可能导致企业放弃净现值大于 0 的投资项目
- 企业投资时优先选择留存收益；尽量选择低信息敏感性 (实质是低信息成本) 的融资方式

## 正式的模型

- 风险中性的企业家和投资者
- 企业家有一个投资项目：$t=1$ 时投资 $F$，$t=2$ 时现金流为 $C \in \{C^L, C^H\}$，$C^H > C^L \geq 0$；企业家有初始资金 $W < F$；没有折现
- 好、坏两种企业得到 $C^H$ 的概率：$p \in \{p_G, p_B\}, p_G > p_B$
- 好企业家的先验概率为 $\mu$，无条件平均成功概率为 $\bar{p} = \mu p_G + (1-\mu)p_B = p_B + \mu(p_G - p_B) = p_B + \mu\Delta_p$
- 项目 $p$ 的价值

$$V(p) = pC^H + (1-p)C^L - F = C^L + p\Delta_C - F.$$

- 两种项目的平均价值为 $V(\bar{p}) = C^L + \bar{p}\Delta_C - F$

# 投资博弈

- 企业类型 $p = p_G, p_B$ 是私人信息；$V(p_G), V(p_B) > 0$
- 企业家决定是否投资以及所发行的证券 (暗含有限责任)
  $R_i = (R_i^H, R_i^L) \in [0, C^H] \times [0, C^L]$, $i = B, G$
- 投资者决定是否购买证券 $R_i$
- $\mu(R)$ 为投资者对发行证券 $R$ 的好企业比例的后验信念
- 序贯均衡 (完美贝叶斯均衡，PBE)，$\mu(R)$ 满足一致性
- 分离均衡 $R_G \neq R_B$ 或合并均衡 $R_G = R_B$
- 假设：均衡信念满足 $\mu(R) = 0$，$R \neq R_G$ 或 $R_B$

## 均衡条件

- 投资者参与约束 $R^L + \pi(R)\Delta_R \geq F - W$ (均衡时为等号：证券的市场定价)，$\pi(R) = p_B + \mu(R)\Delta_p$
- 企业的激励约束：给定 $\mu(R_G), \mu(R_B)$，$G$ 不会选择 $R_B$，$B$ 不会选择 $R_G$
- 均衡时企业家 $p$ 的期望收益：

$$
\begin{aligned}
& p(C^H - R^H) + (1-p)(C^L - R^L) - W \\
= & \ pC^H + (1-p)C^L - F + F - W - (R^L + p\Delta_R) \\
= & \ \underbrace{pC^H + (1-p)C^L - F}_{\text{实际 NPV}} + \underbrace{(R^L + \pi(R)\Delta_R)}_{\text{投资者预期收益}} - \underbrace{(R^L + p\Delta_R)}_{\text{投资者实际收益}} \\
= & \ V(p) - \underbrace{(p - \pi(R))\Delta_R}_{\text{均衡错误定价}}
\end{aligned}
$$

## 均衡错误定价折扣 $(p-\pi(R))\Delta_R$

- 均衡错误定价反应了不对称信息造成的信息成本，是信息敏感性的度量指标
- 依赖于投资者的信念：$\mu(R)$ 决定 $\pi(R)$
- 错误定价折扣可为负值：合并均衡里坏企业证券的市场价值就会高于实际价值
- 此时是好企业的证券在补贴坏企业

## 合并均衡：$C^L < F - W$，债券融资

- 此时坏企业总是会选择投资 $V(p_B) > 0$
- 好企业的期望收益 $V(p_G) - (p_G - \bar{p})\Delta_R$：
  最小化 $\Delta_R \Rightarrow R^L = C^L$，并且选择最小的 $R^H$ 满足
  $\bar{p}R^H + (1-\bar{p})C^L = F - W \Rightarrow R^H = C^L + \dfrac{F - W - C^L}{\bar{p}}$
- 此时好企业的收益为

$$V(p_G) - (p_G - \bar{p})\Delta_R = p_G\left(\Delta_C - \frac{F - C}{\bar{p}}\right) + \frac{p_G - \bar{p}}{\bar{p}}W.$$

- 好企业投资的条件：$V(p_G) \geq (p_G - \bar{p})\Delta_R \Leftrightarrow \bar{p}(\Delta_C - W/p_G) \geq F - W - C^L$，存在效率损失 (inefficiency)
- 均衡合约 $(R^H, R^L)$ 可以看做是风险债券

## 合并均衡：$C^L < F - W$，股票融资

- 外部股权融资的份额 $\alpha$ 需满足 $F - W = \alpha[\bar{p}C^H + (1-\bar{p})C^L] = \alpha(V(\bar{p}) - F)$,
  $\Rightarrow \alpha = (F - W)/(C^L + \bar{p}\Delta_C)$
- 好企业的收益为 $V(p_G) - (p_G - \bar{p})\alpha\Delta_C$；好企业投资的条件是 $V(p_G) \geq (p_G - \bar{p})\alpha\Delta_C$，同样有效率损失
- 可以验证 $\alpha\Delta_C > \Delta_R$：有可能在股票融资不能进行的情况下发行风险债券融资
- 股票融资带来更大的折价 (信息成本)

# 分离均衡

风险债券

- 如果 $V(p_G) < (p_G - \bar{p})\Delta_R$，好企业不投资
- 坏企业投资：$R^H = C^L + (F - W - C^L)/p_B < C^H$

股票

- 如果 $V(p_G) < (p_G - \bar{p})\alpha\Delta_C$，好企业不投资
- 坏企业投资：$\alpha = (F - W)/(C^L + p_B\Delta_C)$

此时证券定价总是正确的，但好企业不投资造成效率损失

# 本节内容

# 企业家风险厌恶与分散

Leland and Pyle (1977, JF)

- 企业家和外部投资人之间存在信息不对称
- 企业家是风险厌恶的，企业收益的不确定性会降低企业家的效用；外部投资人是风险中性的，或者外部投资人可以达到完全的风险分散
- 企业家可以通过寻求外部融资来获得确定的收益
- 此时留存的股权比例可以成为企业收益的一个信号：外部投资人可以观察到留存比例
- 此时信号成本是留存股权导致的风险分散不足 (under diversification)；好企业家的信号成本相对更低

# 模型的基本设置

- 模型的基本结构与 Myers-Majluf 一样
- 有两类企业家 $p = p_G, p_B$；简单起见，$C^L = 0$
- 假设 $t = 0$ 时各自已经有一个投资项目，$t = 1$ 时决定要卖出多少比例的股权 $1 - \alpha$
- 企业家的 vNM 效用函数相同：$u(0) = 0$，$u' > 0$，$u'' < 0$
- 以价格 $Q$ 卖出 $1 - \alpha$ 的股份，类型 $p$ 的收益：

$$U(\alpha, Q|p) = pu(\alpha C^H + (1-\alpha)Q) + (1-p)u((1-\alpha)Q).$$

- 对称信息最优 (first best) 配置中 $\alpha = 0$，$Q_p = pC^H$；外部投资人承担所有风险

## 简单不对称信息均衡

- 没有额外信息时，投资人出价 $Q = \bar{p}C^H = (p_B + \mu\Delta_p)C^H$
- 此时企业家完全出让企业的效用为 $u(\bar{p}C^H)$；而保留所有权时为 $pu(C^H)$；$u(\bar{p}C^H) > \bar{p}u(C^H) > p_B u(C^H)$
- 假设此时好企业家不想出让任何股权，即 $\partial_\alpha U(\alpha, \bar{p}C^H|p_G) > 0$；为此只需 $\partial_\alpha U(1, \bar{p}C^H|p_G) > 0$，或

$$\frac{p_G(1-\bar{p})}{\bar{p}(1-p_G)} > \frac{u'(0)}{u'(C^H)}. \qquad (*)$$

- 投资者的理性预期会反映好企业家不折价出售企业的意愿，而这又会影响证券价格考虑序贯均衡 (或 PBE)，投资人可以观察到 $\alpha_G, \alpha_B$

## 好企业家不会完全出让企业

$\alpha_G = 0$ 不是均衡

- 假设均衡时有 $\alpha_G = 0$；以 $\mu(\alpha)$ 记投资者信念，相应的 $Q(\alpha) = (p_B + \mu(\alpha)\Delta_p)C^H$
- 激励约束 (incentive constraint)：$\forall \alpha$

$$u(Q(0)) \geq U(\alpha, Q(\alpha)|p_G), \qquad (IC_G)$$

$$U(\alpha_B, Q(\alpha_B)|p_B) \geq U(\alpha, Q(\alpha)|p_B). \qquad (IC_B)$$

- $\alpha_B = 0$，合并均衡：违反假设 $(*)$
- $\alpha_B > 0$，分离均衡：$IC_B \Rightarrow U(\alpha_B, Q(\alpha_B)|p_B) \geq u(p_G C^H)$；但由 $U(\alpha_B, Q(\alpha_B)|p_G) > U(\alpha_B, Q(\alpha_B)|p_B) \geq u(p_G C^H)$，与 $(IC_G)$ 矛盾

# 没有合并均衡

- 没有 $\alpha < 1$ 的合并均衡：$(*) \Rightarrow p_G u(C^H) > U(\alpha, \bar{p}C^H | p_G)$，好企业家总选择不折价出售企业
- 没有 $\alpha = 1$ 的合并均衡：若均衡时 $\alpha = 1$，即好、坏企业家都不出售股权，那么坏企业家有动力偏离，选择 $\alpha_B = 0$，因为

$$U(0, p_B C^H | p_B) = u(p_B C^H) > p_B u(C^H).$$

由于风险厌恶，分散风险总是更优选择

- 因此不存在合并均衡

# 分离均衡：简单情形

- 最简单的分离均衡：$\alpha_G = 1, \alpha_B = 0, \mu(\alpha) = 0, \forall \alpha \neq 1$
- $(IC_G)$ 得到满足：由 $(*)$ 知

$$\frac{p_G u'(C^H)}{(1-p_G)u'(0)} > \frac{\bar{p}}{1-\bar{p}} > \frac{p_B}{1-p_B},$$

故 $\partial_\alpha U(1, p_B C^H | p_G) > 0$；又由 $\partial^2 U(\alpha, p_B C^H | p_G)/\partial \alpha^2 < 0$ 知 $\partial_\alpha U(\alpha, p_B C^H | p_G) > 0$

- $(IC_B)$ 得到满足：$U(0, p_B C^H | p_B) = u(p_B C^H) > p_B u(C^H)$

# 分离均衡：其他情形

- 给定分离均衡 $\alpha_G = 1, \alpha_B = 0$，如果投资人相信好企业家会卖出一小部分股权 $1 - \alpha$，那么股权价格为 $p_G C^H$；由 $\partial_\alpha U(\alpha, p_G C^H | p_G) < 0$，好企业家的确愿意减小 $\alpha$
- $IC_B$ 满足的条件：$U(0, p_B C^H | p_B) \geq U(\alpha, p_G C^H | p_B)$，其中右边关于 $\alpha$ 递减，且 $\alpha = 1$ 时满足，而 $\alpha = 0$ 时不满足
- 存在唯一的 $\alpha^* \in (0, 1)$ 使得该式成为等式
- 分离均衡：$\alpha_G \geq \alpha^*, \alpha_B = 0$
- 唯一满足直观准则的分离均衡：$\alpha_G = \alpha^*, \alpha_B = 0$

# 本节内容

# 信贷市场不对称信息

- Stiglitz & Weiss 1981 AER. “Credit Rationing in Markets with Imperfect Information.”
- Bester 1985 AER.
- De Meza & Webb 1987 QJE.
- Arnold & Riley 2009 AER.

## 基本模型：SW 1981

- $\theta$-类型借款人项目收益分布：cdf $F(R,\theta)$, pdf $f(R,\theta)$
- 不同 $\theta$ 之间满足二阶随机占优：$\theta_1 > \theta_2$

$$\int_0^\infty Rf(R,\theta_1)\mathrm{d}R = \int_0^\infty Rf(R,\theta_2)\mathrm{d}R,$$
$$\int_0^y F(R,\theta_1)\mathrm{d}R > \int_0^y F(R,\theta_2)\mathrm{d}R,\ \forall y$$

- $\theta$ 是私人信息
- 抵押物 $C$；贷款额 $B$；借款人破产：$C + R < (1+r)B$
- 借款人收益：$\pi(R,r) = \max\{R-(1+r)B, -C\}$
- 银行收益：$\rho(R,r) = \min\{R+C,(1+r)B\}$

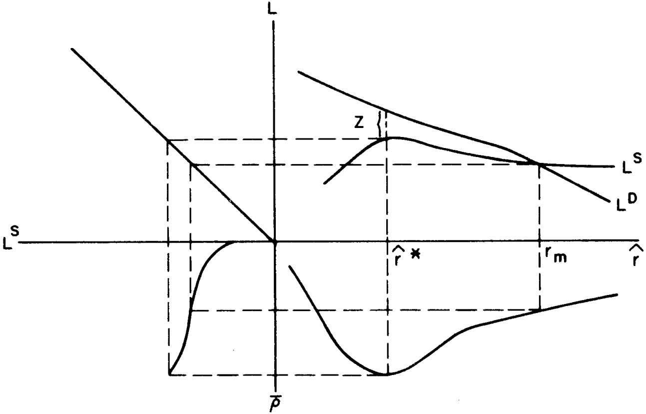
## 模型分析

- 给定 $r$，只有 $\theta \geq \hat{\theta}$ 才会申请贷款：$\mathbb{E}[\pi(R,r)|\theta] \uparrow \theta$
  - 二阶随机占优的重要性质：若 $X$ 的分布 $F(x;\theta_1)$ 二阶随机占优 $Y$ 的分布 $F(y;\theta_2)$，即 $\mathbb{E}X = \mathbb{E}Y$ 且 $\int_0^z F(x;\theta_1)\mathrm{d}x > \int_0^z F(y;\theta_2)\mathrm{d}R$，$\forall z$，则对任意的 (下) 凸函数 $g(\cdot)$ 有 $\mathbb{E}g(X) > \mathbb{E}g(Y)$
- 边际借款人 $\hat{\theta}$：$\mathbb{E}[\pi(R,r)|\hat{\theta}] = 0 \Rightarrow \hat{\theta}(r) \uparrow r$
- 给定 $r$，银行的期望利润 $\tilde{\rho}(\theta,r) = \mathbb{E}[\rho(R,r)|\theta] \downarrow \theta$
- 假设借款人类型分布为 $G(\theta)$，银行的平均利润率为

$$\bar{\rho}(r) = \frac{1}{1 - G(\hat{\theta}(r))} \int_{\hat{\theta}(r)}^{\infty} \tilde{\rho}(\theta,r)\mathrm{d}G(\theta).$$

- 若 $\bar{\rho}(r)$ 对某些 $r$ 是递减的，那么信贷市场可能存在配给 (rationing)：超额需求

## 信贷配给图解




注意这里的 $\bar{\rho}(r)$ 呈拱形 (hump-shaped)

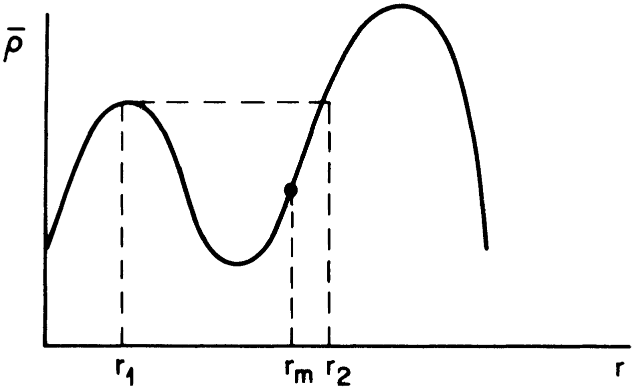
# 信贷配给的可能性

- 信贷配给的出现依赖于对于某些贷款利率 $r$，贷款的平均收益率 $\bar{\rho}(r)$ 是递减的：$\hat{\rho} = \tilde{\rho}(\hat{\theta}(r), r)$

$$\frac{\mathrm{d}\bar{\rho}}{\mathrm{d}r} = -\frac{g(\hat{\theta})}{1 - G(\hat{\theta})}(\hat{\rho} - \bar{\rho})\frac{\mathrm{d}\hat{\theta}}{\mathrm{d}r} + \frac{1}{1 - G(\hat{\theta})}\int_{\hat{\theta}}^{\infty}[1 - F((1 + r)B - C, \theta)]\mathrm{d}G(\theta)$$

- Arnold & Riley (2009) 指出 $\bar{\rho}(r)$ 不会呈拱形：$\bar{\rho}'(r) > 0$ 当 $r$ 足够高
- 故可能的配给均衡会呈现双利率形式：低利率处有配给，但借款人总可以从高利率处获得贷款

# 双利率配给均衡




高风险借款人总可以从 $r_2$ 处获得贷款

# 后续发展

- Bester (1985) 分析了两类借款人情形的 SW 模型；如果提供抵押是有成本的 (借款人损失额外的 $kC$)，那么存在分离均衡，其中高风险借款人提供的抵押为 $C_h = 0$，而低风险借款人提供的抵押 $C_l > 0$；此时不存在信贷配给，抵押物起到“筛选”作用
- De Meza & Webb (1987) 考虑简化的 SW 模型：项目成功或失败 $R^s > R^f$ 并把二阶随机占优排序的项目风险改为一阶随机占优：$p(R^s, \theta) > p(R^s, \theta')$ 当 $\theta < \theta'$；SW 中由于信贷配给造成的投资不足变成了投资过剩：SW 中逆向选择造成 $r$ 提高时低风险借款人退出，但在 MW 中，退出的是高风险群体