

# 经济增长理论

## 第十一讲：Romer模型

---

授课人：刘 岩

2024年5月14日

# 想 法 (idea) 经 济 学

---

# 内生增长理论

---

- ❖ Solow模型与RCK模型中，人均GDP的持续增长，最终都归结于外生的技术进步
  - 外生(exogenous)变量：模型直接假设的参数（过程），而非模型中行为人最优化行为与市场均衡的结果
  - 内生(endogenous)变量：给定模型外生参数，由行为人最优化行为与市场均衡决定其取值的变量
- ❖ 外生增长理论：技术进步外生给定的经济增长理论
- ❖ 内生增长理论：技术进步内生决定的经济增长理论
  - 内生的技术进步本身，可能依然由一些外生变量驱动
- ❖ 外生与内生增长理论，都秉承新古典经济学的理论范式
  - 理论范式(paradigm)：由托马斯·库恩《科学革命的结构》提出，指一个学术群体遵循共同的方法论与基础假设，研究得到的一个理论谱系

# Romer模型

## ❖ 第一代完整、成熟的内生增长模型

- 第一代不成熟的内生增长模型为AK模型：假设过强，理论性质单一
  - ✓ 关键假设： $Y_t = AK_t$ ，与标准的生产函数性质相悖，也与广泛的增长经验现象不一致

## ❖ Paul Romer, 2018年诺奖得主

- 1986. Increasing Returns and Long-Run Growth. *Journal of Political Economy* 94:1002–37.
- 1990. Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy* 98:S71–S102.

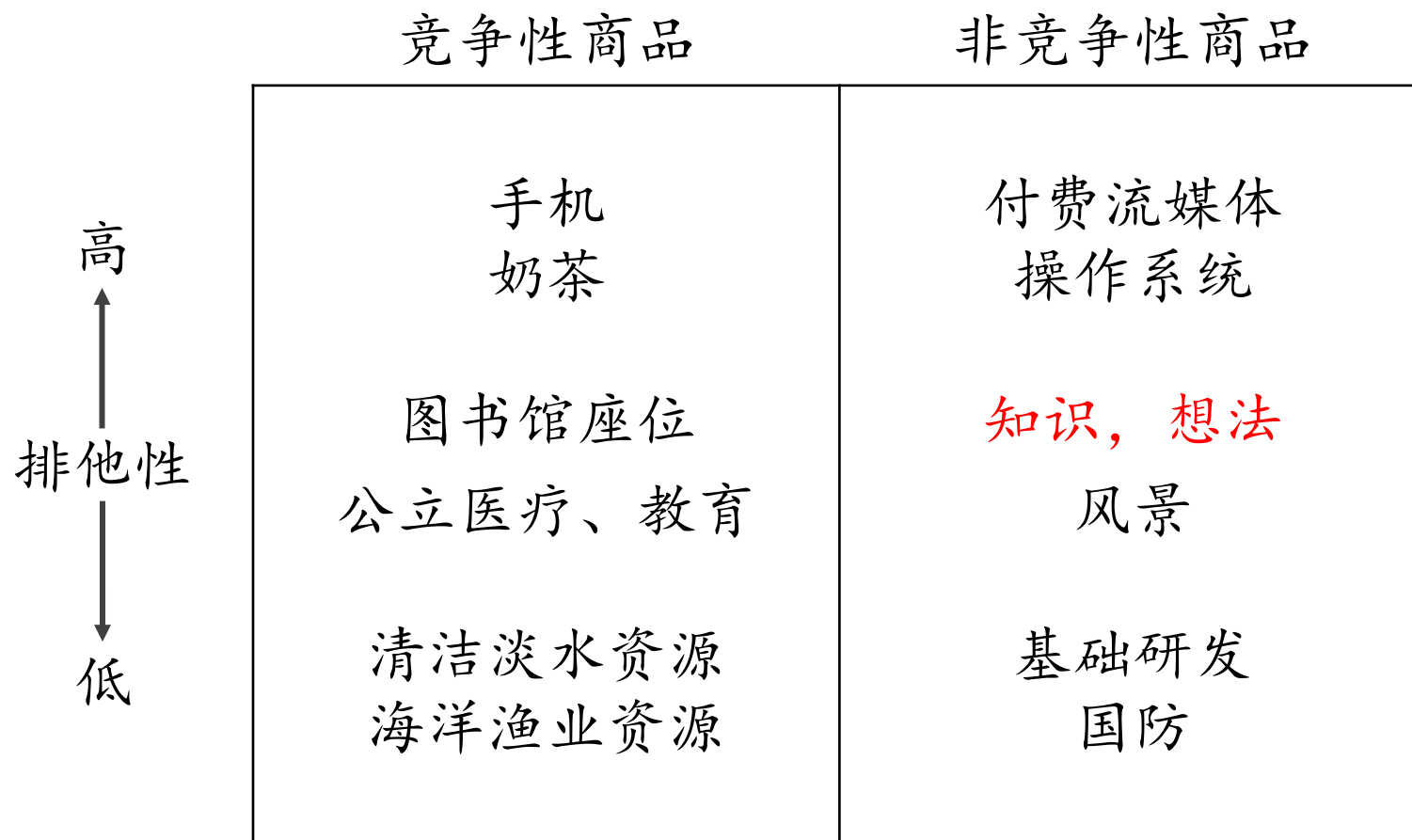


# 想法(idea)的经济学解析

---

- ❖ 想法(idea)是一种生产要素，一种技术投入品
  - 中文学术翻译亦作创意
- ❖ 想法作为一种商品，具有非竞争性(nonrivalry)
  - 想法的典型代表：知识，技术诀窍(know-how)
  - 竞争性(rivalry)：一个人对该商品的使用，自动阻止了另一个人对其的使用
  - 想法的非竞争性：一个人对知识的使用，完全不妨碍另一个人对其的使用
    - ✓ 例子：微积分
- ❖ 历史上无数聪明人才想法的积累是技术演进实质
- ❖ 想法作为一种商品，还具有可以加以利用的排他性(excludability)，意味着想法是可以定价、交易、获利的
  - 排他性有程度的差异，从完全公共，到完全私人

# 商品的分类



# 公共品与外部性

---

- ❖ 公共品(public good): 主要取决于是否具有排他性
  - 如果同时具有非竞争性, 则是严格公共品, 如国防
  - 如果具有竞争性, 同样也可能导致“公地的悲剧”
- ❖ 非排他性: 生产者、消费者难以通过价格完全排除第三方对该商品（或服务）的使用
  - 生产者: 出版社的电子书, 总有免费pdf
  - 消费者: 宿舍一个人买的会员, 全宿舍一起看
- ❖ 外部性(externality): 非排他性经济活动中, 第三方获益或受损
  - 第三方: 非交易直接相关的两方
    - ✓ 典型例子: 企业污染中, 周边居民就是第三方, 因为企业及其顾客间的交易带来污染排放, 但在交易价格中并不反映周边居民的损失
  - 经典的讨论见: Coase (1960) “The Problem of Social Costs,” JLE

## 想法：非竞争性，部分非排他性

---

- ❖ 非竞争性：一旦出现，则人人可以学习、模仿，而不影响其价值
  - 生产技术：技术进步一旦出现，则具有潜在的无限重复使用特征
    - ✓ 规模递增特性(increasing return to scale)：一次性成本，无限产出
- ❖ 部分非排他性：可以通过专利等知识产权来保护带来技术进步的想法，但其效果不是绝对的
  - 技术进步的扩散过程，就是突破排他性限制的过程
  - 19世纪美国突破英国的纺织机封锁，21世纪中国突破美国的芯片封锁



# Romer模型：技术进步动态机制

---

# Romer模型的基本要素

- ❖ 生产函数：  $Y_t = K_t^\alpha (A_t L_{Y,t})^{1-\alpha}$ ，其中  $L_{Y,t}$  是用于生产的劳动投入， $A_t$  是时变的知识存量（想法）
- ❖ 加总资本积累：  $K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + s_K Y$ ， $s_Y$  是常数储蓄率
  - 储蓄可以内生，如同RCK模型
- ❖ 劳动力总量有常数增长率：  $L_{t+1} = (1 + n)L_t$ ，满足  $L_t = L_{Y,t} + L_{A,t}$
- ❖ 知识（想法）的积累：  $A_{t+1} = A_t + \bar{\theta} L_{A,t}^\lambda$ ， $L_{A,t}$  是从事知识生产的劳动
  - 新的想法是由人而来，从事知识生产（研发）的人越多，产出的新想法就越多
  - 但  $\bar{\theta} > 0$  并非常数，而是与知识存量  $A_t$  相关，一般性写为  $\bar{\theta} = \theta A_t^\phi$ 
    - ✓ 若  $\phi > 0$ ，则知识存量越高，研发者的生产率更高：如基础科学的进步
    - ✓ 若  $\phi < 0$ ，则知识存量越高，研发者的生产率越低：如芯片性能的提升
  - 参数假设：  $\lambda \in [0,1]$ ， $\phi < 1$ ， $\theta > 0$

## Romer模型中的增长：基准情形

❖ 假设配置到研发部门的劳动占比为常数 $s_R$ ，则 $L_A = s_R L$ ，其余劳动 $L_Y = (1 - s_R)L$ 在生产部门

❖ 用 $g_x$ 表示人均变量 $x$ 的稳态增长率，与新古典模型一致，稳态增长时有

$$g_y = g_k = g_A$$

❖ 知识积累及想法生产函数满足 $\Delta A_{t+1} = \theta L_{A,t}^\lambda A_t^\phi \Rightarrow g_A = \frac{\Delta A_{t+1}}{A_t} = \theta \frac{L_{A,t}^\lambda}{A_t^{1-\phi}}$

❖ 稳态增长路径时，上式右端为常数 $g_A$ ，取对数及差分可知

$$\lambda \frac{\Delta L_{A,t+1}}{L_{A,t}} = (1 - \phi) \frac{\Delta A_{t+1}}{A_t} \Rightarrow \lambda n = (1 - \phi) g_A \Rightarrow g_A = \frac{\lambda n}{1 - \phi}$$

❖ 给定模型结构（常数储蓄率），稳态、动态分析都类似Solow模型

## Romer模型：稳态增长

❖ 与Solow模型类似，单位有效劳动（去除技术进步趋势）的人均产出为

$$\left(\frac{y_t}{A_t}\right)^* = \left(\frac{s_K}{n + g_A + \delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (1 - s_R)$$

■ 其中， $1 - s_R$ 用于调整 $L_Y$ 与 $L$ 的比值：不是所有人都参与商品生产

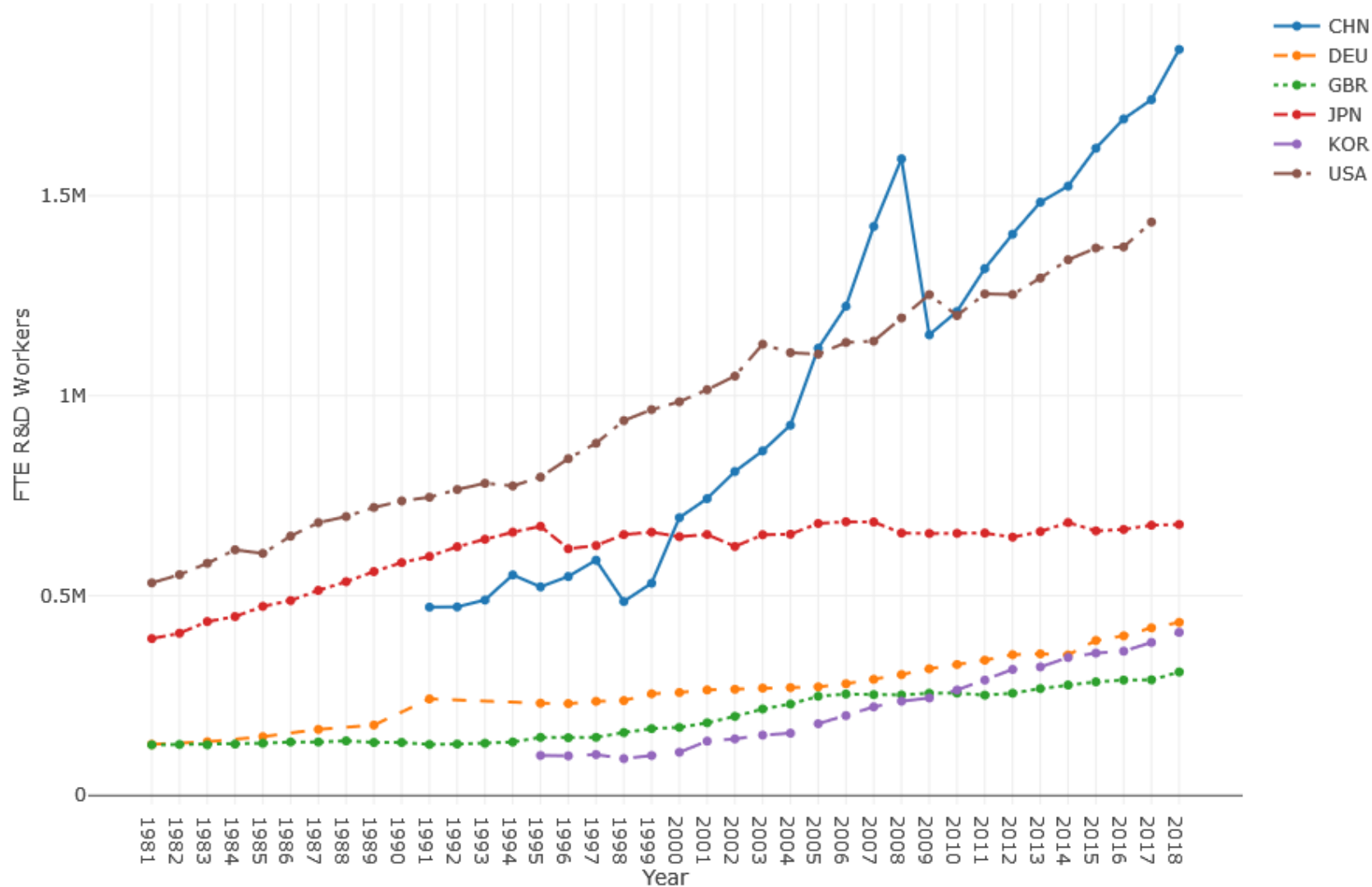
❖ 考虑简化情形 $\lambda = 1, \phi = 0$ ，则 $\Delta A_{t+1} = \theta L_{A,t} \Rightarrow g_A = \theta \frac{s_R L_t}{A_t} \Rightarrow A_t = \frac{\theta s_R L_t}{g_A}$

❖ 此时有

$$y_t^* = \left(\frac{s_K}{n + g_A + \delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (1 - s_R) \frac{\theta s_R}{g_A} L_t$$

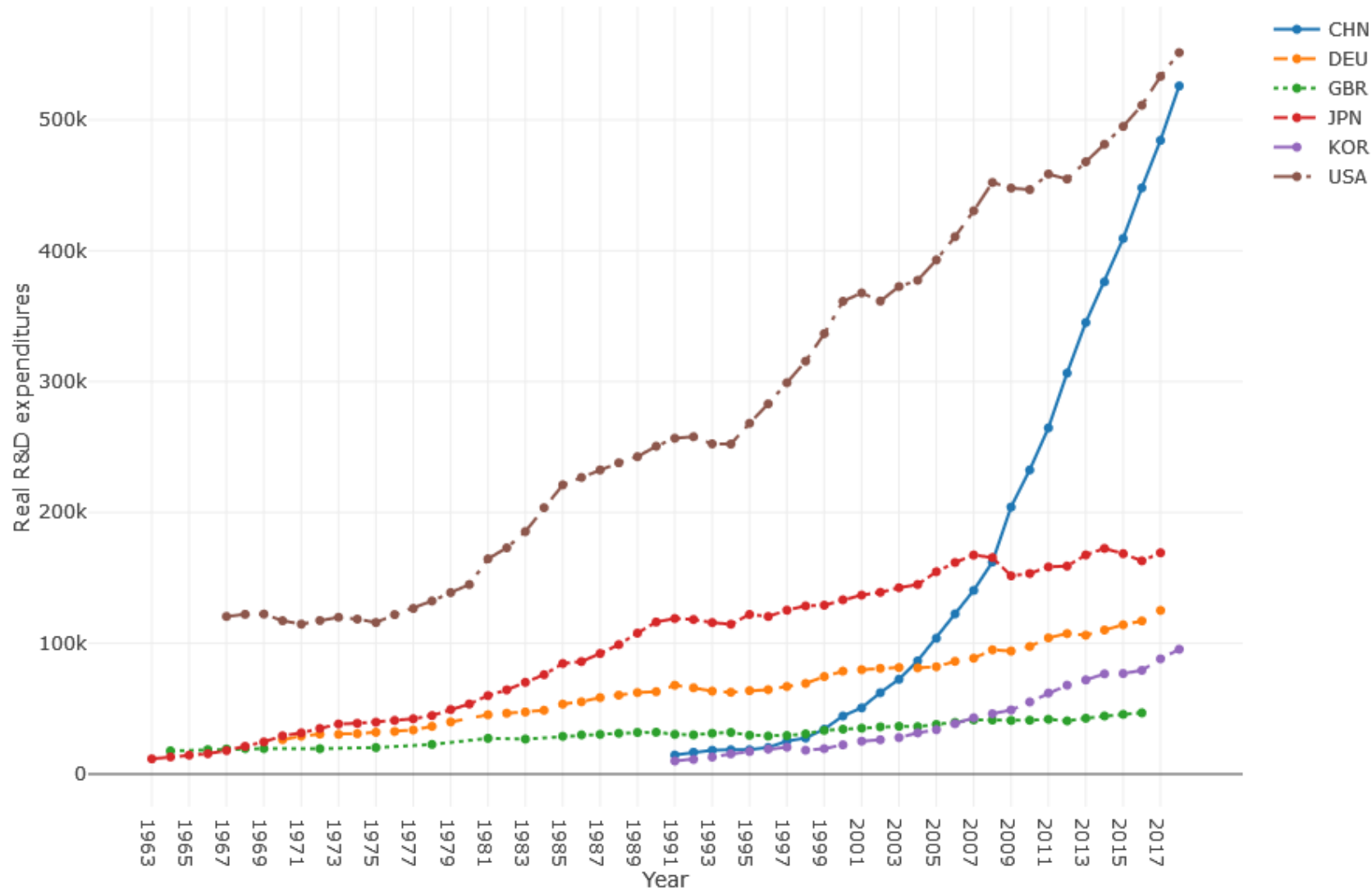
# 关键因素：人口，以及从事研发的人口 Source: growthecon.com

R&D Workers over time



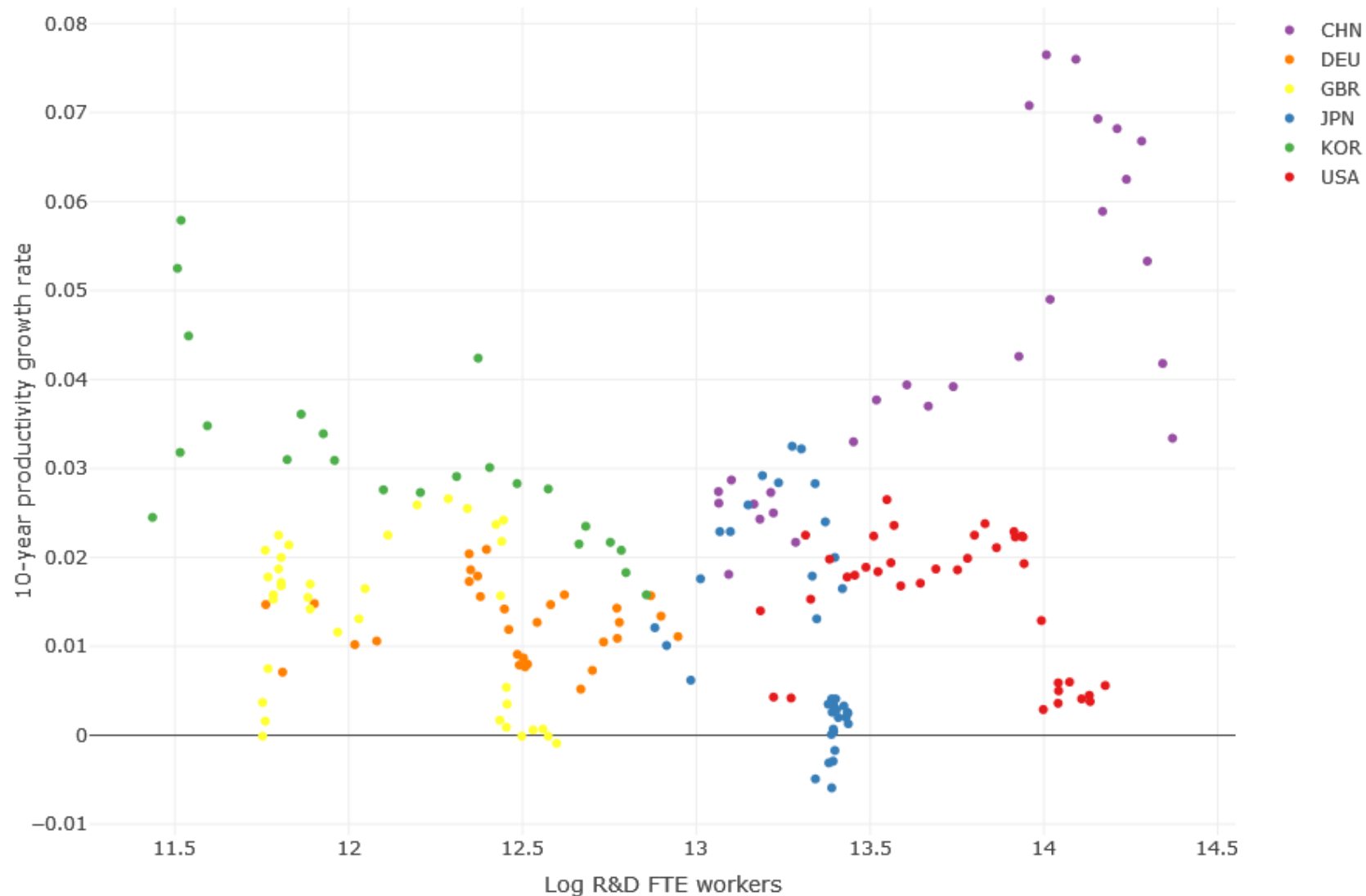
# 研发支出

R&D expenditure over time



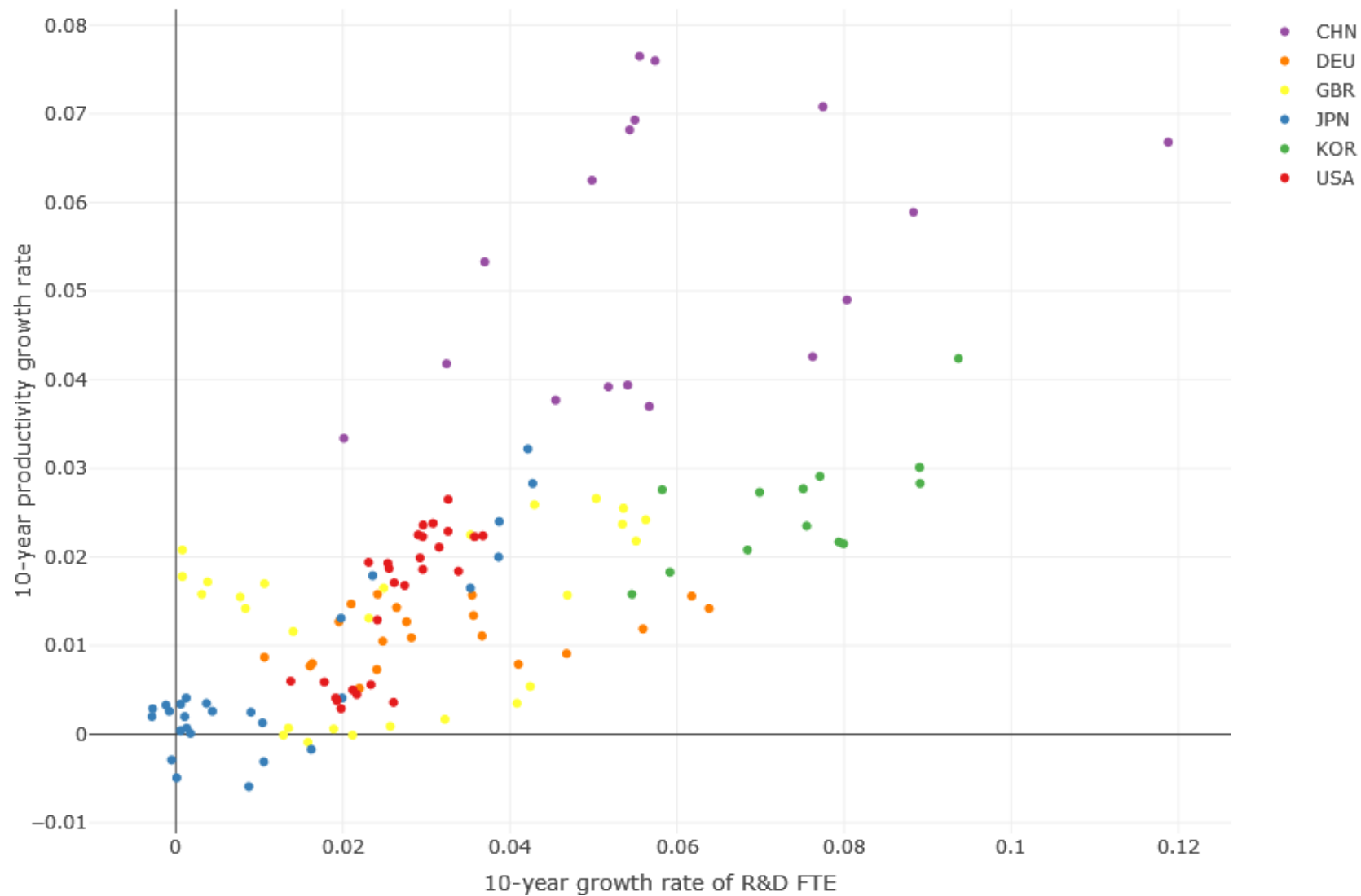
# 研发人员与生产率增长

Relationship of R&D work and prod growth



# 研发支出与生产率增长

Relationship of R&D growth and prod growth





# Romer模型：技术进步的微观机制

---

# Romer的贡献：从想法到生产率的微观基础

- ❖ 给定想法生产与积累的函数设定  $\Delta A_{t+1} = \theta L_{A,t}^\lambda A_t^\phi$ ，模型增长的动态机制与Solow模型等无异
  - 1960年代开始，经济学家就开发了类似模型
- ❖ Romer的实质贡献，在于完全内生生化(endogenize)了想法生产函数，使其从一个技术黑箱，变成一个具有微观决策基础的经济过程，大幅加深了人们对技术进步微观机制的理解
- ❖ 其中的核心，在于对想法的非竞争性进行恰当的理论建模，这需要在均衡分析中引入不完全竞争(imperfect competition)的市场机制

想法  $\rightarrow$  非竞争性  $\rightarrow$  报酬递增  $\rightarrow$  不完全竞争
- ❖ 好的经济学理论  $\Leftrightarrow$  好的故事：恰当地隐去不必要的细节，突出核心关系

## Romer模型的微观基础：最终产品部门

- ❖ 与Solow、RCK模型一致，最终产品部门生产同质最终产品 $Y$ ，投入为资本和劳动，完全竞争
- ❖ 核心区别在于存在多种不能相互替代的资本品，数量为 $A$ ：

$$Y = L_Y^{1-\alpha} \left( \sum_j^A x_j^\alpha \right)$$

- ❖ 每一个资本品 $x_j$ 都由一个中间产品厂商来生产，总量为 $A$ ，最终产品厂商将 $A$ 视作给定
- ❖ 对固定的 $A$ ，上述生产函数满足规模报酬不变
- ❖ 但当 $A$ 是内生可变的，新资本品的进入，会带来总生产函数出现规模报酬递增：**产品数量的增加本身，就具有技术进步的意义**

## 将最终品生产函数写为积分形式

---

- ❖ 离散的  $A$  不便于分析，为此，假设每个中间品厂商无限小，总数无穷多，将中间品厂商视作集合  $j \in [0, A]$
- ❖ 相应的，最终品生产函数改写为积分形式

$$Y = L_Y^{1-\alpha} \int_0^A x_j^\alpha dj$$

- ❖ 这是经济学建模中的一个常见技巧，不用过度在意数学上的严格性

## 最终品部门的利润最大化

---

- ❖ 假设最终品价格单位化为1，最终品厂商选择劳动与中间品（资本品）投入，最大化利润

$$\max_{L_Y, \{x_j\}} L_Y^{1-\alpha} \int_0^A x_j^\alpha dj - wL_Y - \int_0^A p_j x_j dj$$

- 其中 $p_j$ 是中间品 $x_j$ 的价格

- ❖ 上述利润最大化问题的一阶条件为：

$$w = (1 - \alpha) \frac{Y}{L_Y}, \quad p_j = \alpha L_Y^{1-\alpha} x_j^{\alpha-1}, \forall j$$

- ❖ 后一个条件就是产品 $j$ 的反需求函数： $p_j(x_j)$

## 中间品部门的决策

- ❖ 每个中间品 $j$ 由一个具有垄断势力的厂商来生产，但由于中间品众多，因此厂商 $j$ 并不是一个完全的垄断者
  - 产品数量众多，彼此间存在不完全替代(imperfect substitution)，每个厂商都是自己产品的唯一生产者，这样的市场结构称为垄断竞争(monopolistic competition)
- ❖ 厂商 $j$ 的生产技术：用1单位同质最终产品，生产1单位的中间品 $j$
- ❖ 给定最终产品作为资本投入的价格为 $r$ ，厂商 $j$ 的利润最大化问题为：

$$\max_{x_j} \pi_j = p_j(x_j)x_j - rx_j$$

$$\Rightarrow \text{FOC: } p'_j x_j + p_j - r = 0 \Rightarrow p_j = \frac{1}{1 + \underbrace{p'_j x_j / p_j}_{\text{需求曲线弹性} = \alpha - 1}} r \Rightarrow p = \frac{1}{\alpha} r$$

- $1/\alpha < 1$ ：成本加成定价(markup pricing)

## 中间品厂商决策的加总

- ❖ 给定 $r$ ，每个中间品厂商产量和价格决策都相同： $x_j = x, p_j = p = \frac{1}{\alpha}r$ ，  
进而每个厂商利润也相同： $\pi_j = \pi$

$$\begin{aligned}\frac{1}{\alpha}r = p &= \alpha L_Y^{1-\alpha} x^{\alpha-1} \Rightarrow \pi = \alpha L_Y^{1-\alpha} x^{\alpha-1} \cdot x - rx \\ &= \alpha L_Y^{1-\alpha} x^{\alpha} - \alpha^2 L_Y^{1-\alpha} x^{\alpha} = \alpha(1 - \alpha) L_Y^{1-\alpha} x^{\alpha} = \alpha(1 - \alpha) \frac{Y}{A}\end{aligned}$$

- ❖ 中间品厂商对资本品的总需求等于经济中的资本存量

$$\int_0^A x_j dj = xA = K \Rightarrow x = \frac{K}{A}$$

- ❖ 故最终品生产函数可写为 $Y = L_Y^{1-\alpha} \int_0^A x_j^{\alpha} dj = AL_Y^{1-\alpha} x^{\alpha} = K^{\alpha} (AL_Y)^{1-\alpha}$ ，  
这为基准模型中加总生产函数提供了一个微观基础

# 研发部门

---

- ❖ 中间品厂商的生产技术，来自研发部门的专利授权
  - 研发部门生产并积累知识，这些知识被用来服务新的资本品的研发与生产
- ❖ 用 $P_A$ 表示一个新设计（对应某个新资本品）的价格，也就是该中间品厂商生产这个新资本品所能赚取利润的贴现值，给定中间品厂商每期的利润为 $\pi$ ，折现率（资本品成本）为 $r$ ，则有

$$P_A = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1+n)^{t-1}\pi}{(1+r)^t} = \frac{\pi}{r-n}$$

- 稳态增长路径上，中间品厂商赚取的利润 $\pi \propto \frac{Y}{A} = \frac{yL}{A} = \tilde{y}L$ ，故增长率与 $L$ 相同



## 研发部门规模的内生决定

- ❖ 在最终产品部门工作的劳动力，所获工资等于其在该部门的边际产量（该部门完全竞争），故其工资率  $w_Y = (1 - \alpha)Y/L_Y$
- ❖ 研发部门工作的劳动力，将生产率  $\bar{\theta}$  视作给定，故其工资率  $w_R = \bar{\theta}P_A$
- ❖ 均衡时，两部门工资率相等  $w_Y = w_R$ ，由此可确定  $s_R$  的大小

- ❖ 考虑  $\lambda = 1, \phi = 0$ ，此时  $\frac{\Delta A_{t+1}}{A_t} = g_A = \frac{\bar{\theta}L_{A,t}}{A_t}$ ，且由  $\pi = \alpha(1 - \alpha)\frac{Y}{A}$ ，可知

$$\begin{aligned}\bar{\theta}P_A &= \frac{(1 - \alpha)Y}{L_Y} \Rightarrow \bar{\theta} \frac{\pi}{r - n} = (1 - \alpha) \frac{Y}{L_Y} \Rightarrow \frac{\alpha}{r - n} \frac{\bar{\theta}}{A} = \frac{1}{L_Y} \Rightarrow \frac{\alpha g_A}{r - n} = \frac{L_A}{L_Y} \\ &\Rightarrow s_R = \frac{1}{1 + \frac{r - n}{\alpha g_A}}\end{aligned}$$

# 垄断竞争、收入分配与创新回报

- ❖ 由中间品厂商利润最大化可知  $\frac{1}{\alpha}r = p = \alpha L_Y^{1-\alpha} x^{\alpha-1}$ ，又由中间品资本需求  $x = \frac{K}{A}$ ，可知

$$r = \alpha^2 L_Y^{1-\alpha} K^{\alpha-1} A^{1-\alpha} = \alpha^2 (A L_Y)^{1-\alpha} K^{\alpha-1} = \alpha^2 \frac{Y}{K} = \alpha MPK < MPK = \frac{Y}{K}$$

- ❖ 故模型均衡中，利率（资本租金率）低于资本边际产出；而工资率等于劳动边际产出，故

$$rK + wL_Y < MPK \cdot K + MPL \cdot L_Y = Y$$

- ❖ 解释：（最终品）总产出中，有一部分没有分配给资本及劳动，而是通过中间品部门的垄断利润，支付给研发部门，作为研发活动（生产想法）的回报
- ❖ 内生技术增长（非完全竞争品），需要通过不完全竞争（垄断竞争）所产生的超额利润来支撑