第三讲：

净现值准则附加课件

武汉大学本科金融工程专业2020春公司金融

授课人：刘岩

单期现金流的现值

- 对于单个投资人来说，其所享有的未来现金流的现值等于市场中为购买该现金流而出价的最高值
- 假设 CF_t 无风险且大于 0；如果市场上从第 0 期到第 t 期的均衡利息率为 r_t，则以当前的 1 元资金可获取第 t 期的 $(1+r_t)$ 元资金
  - 这里的 r_t 也可以理解为无风险（资产）均衡回报率
- 那么无风险现金流 CF_t 的现值就等于

$$PV = \frac{CF_t}{1+r_t}$$

- 这一定价规则本质上无套利原理（**一价定律**）

均衡利息率的决定

- 上一结论的得出依赖于直接假定市场均衡利率 r_t 的存在
- 那么问题来了：r_t 是如何确定的？
- 这一问题是资产定价理论的核心问题之一；另一问题是使用无套利原理对各种复杂的现金流（衍生产品）进行定价
- 从直觉上看，无风险率 r_t 反应的是市场总体的时间偏好 (time preference)；换句话说，与当期获得现金进行消费相比，你愿意获得多少额外回报从而等到未来再消费

时间偏好的表示：边际跨期替代率

- 时间偏好的一个更精确表示是消费者（投资者）的边际跨期替代率 (marginal rate of intertemporal substitution, MRS)
- 一个简单的数学表达如下：考虑两期的消费-储蓄效用最大化问题，$\beta < 1$为消费者的主观折现因子：

$$\max u(c_0) + \beta u(c_1)$$
$$s.t.\ c_0 + a = y_0$$
$$c_1 = a(1 + r) + y_1$$

- 消费者效用最大化的一阶条件 FOC

$$u'(c_0) = \beta u'(c_1)(1 + r)$$

Euler 方程：MRS 与利率

- 这个一阶条件也称为 Euler 方程，可以通过如下的 Lagrangian 乘子法得到：令
  $$L = u(c_0) + \beta u(c_1) - \lambda_0(c_0 + a - y_0) - \beta\lambda_1(c_1 - (1+r)a - y_1)$$
  再对 c_0, c_1 和 a 求导可得 $u'(c_0) = \lambda_0$，$u'(c_1) = \lambda_1$，
  $\lambda_0 = \beta\lambda_1(1+r) \Rightarrow u'(c_0) = \beta u'(c_1)(1+r)$
- Euler 方程可以写为
  $$\frac{1}{1+r} = \beta\frac{u'(c_1)}{u'(c_0)}$$
  左边是折现因子 (discount factor)，右边是边际跨期替代率

从 Euler 方程到均衡市场利率

- Euler 方程表明每个消费者（投资者）都会通过储蓄决策调整期跨期消费，以使下期与当期的边际效用之比与时间偏好 β 的乘积等于市场利率对应的折现率
- 当经济达到均衡时，资产市场需求等于供给（储蓄等于投资），市场利率调整到均衡状态 r^*
- 此时可近似认为经济加总消费对应的边际跨期替代率决定了均衡利率：

$$1 + r_{0,1}^* = \left(\frac{\beta u'(C_1^*)}{u'(C_0^*)}\right)^{-1}$$

C_1^*, C_0^*（大写！）为均衡时的社会加总消费

多期的市场均衡利率

- 前面的例子讨论第 0 期到第 1 期的市场均衡利率，类似的推理可以用来表示第 0 期到第 t 期的市场均衡利率：

$$1+r_{0,t}^{*}=\left(\frac{\beta^{t}u'(C_{t}^{*})}{u'(C_{0}^{*})}\right)^{-1}$$

- 一般说来，$1+r_{0,t}\neq\left(1+r_{0,1}\right)^{t}$，即跨越 t 期的无风险市场均衡利率可能并不等于单期利率的简单复利
- 但如果假设$C_{t}^{*}=\cdots=C_{0}^{*}$，则 $1+r_{0,t}=\left(1+r_{0,1}\right)^{t}$