1. a. 证明：假设$V(C^{N+1}) \leq \sum_{i=1}^{N} V(C^i)$

投资者可以在时刻 0 卖空由前n个证券组成的投资组合，其现值为$\sum_{i=1}^{N} V(C^i)$，为投资者得到的现金，同时以$V(C^{N+1})$的价格买入1单位$N+1$证券，花费现金$V(C^{N+1})$。因为$C_t^{N+1} = \sum_{i=1}^{N} C_t^i$，所以投资者可以在未来用第$N+1$个证券的现金流偿还前$N$个证券的现金流，因此获利$\pi = \sum_{i=1}^{N} V(C^i) - V(C^{N+1}) > 0$；而由无套利原理，前$N$个证券的需求减小，价格下降；第$N+1$个证券需求增加，价格上升，套利所得$\pi$趋于0，即$V(C^{N+1}) = \sum_{i=1}^{N} V(C^i)$。反之亦然，因此$V(C^{N+1}) = \sum_{i=1}^{N} V(C^i)$。

b. 解：根据无套利原理及$\tau \in (0,1)$：

① $V(C^{N+1}) < \sum_{i=1}^{N} V(C^i)$:

有$V(C^{N+1}) = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} V(C^i)}{1-\tau} \in (\sum_{i=1}^{N} V(C^i), +\infty)$

② $V(C^{N+1}) > \sum_{i=1}^{N} V(C^i)$

$V(C^{N+1}) = \sum_{i=1}^{N} V(C^i)(1-\tau) \in (0, \sum_{i=1}^{N} V(C^i))$

综上：$V(C^{N+1}) \in (0, +\infty)$。

2. a. 解：由题目，$\dfrac{\bar{B}}{\bar{S}} = \dfrac{B}{S} = 1$，$R_B = 0.04$，$R_S = 0.1$，$t_c = 0.25$，$C = 1$

$$R_{WACC} = \frac{S}{S+B} R_S + \frac{B}{S+B} R_B (1 - t_C) = 0.065$$

无杠杆现金流：$C_U = 0.75$

$$V = \frac{C_U}{R_{WACC}} = 11.5385(\text{亿元})$$

b. 解：$2B = 11.5385 \longrightarrow B = 5.7692$

$$C_L^S = (C - R_B B)(1 - t_c) = 0.57692$$

$$V^S = \frac{C_L^S}{R_S} = 5.7692$$

$$V = V^S + B = 11.5385(\text{亿元})$$

c. 解：$R_S = R_0 + \dfrac{B}{S}(R_0 - R_B)(1 - t_c) \longrightarrow R_0 = \dfrac{R_S + \frac{B}{S} R_B (1 - t_c)}{1 + \frac{B}{S}(1 - t_c)} = 0.07429$

所以税后现金流：$C_L = C - (C - r_f B)t_c = C_U - t_c R_B B$

所以：$V_L = \dfrac{C_U}{R_0} + \dfrac{t_c R_B B}{R_B} = V_U + t_C B$

$$V_U=\frac{C_U}{R_0}=10.0956$$

$$V=V_U+V(Ts)=11.5379(\text{亿元})$$

d. 解：$R_0=0.07429$

所以：$V_L=V_U+V(Ts)=12.5956(\text{亿元})$

e. 解：

① FTE：

$$C_L^S=(C-R_BB)(1-t_c)$$
$$=C(1-t_c)-R_BB(1-t_c)=C_U-R_BB(1-t_c)=0.45$$

$$S=V_L-B=2.5956$$

所以：$R_S=R_0+\frac{B}{S}(R_0-R_B)(1-t_C)=0.1734$

$$V_L^S=\frac{C_L^S}{R_S}=2.5952$$

则：$V_L=V_L^S+B=12.5952(\text{亿元})$

② WACC：

$$V_L=\frac{C_U}{R_{WACC}}\longrightarrow R_{WACC}=\frac{S}{S+B}R_S+\frac{B}{S+B}R_B(1-t_c)=0.05955$$

则：$V_L=\frac{C_U}{R_{WACC}}=12.5945(\text{亿元})$