高级微观经济学

第 7 讲：重复博弈

授课人：刘岩

武汉大学经管学院金融系

2024 年 11 月 4 日

本讲内容

1. 重复博弈的基础理论
    - 基本概念
    - 重复囚徒困境的例子
    - 最优惩罚策略与均衡性质
2. 最优 SPE：寡头竞争隐性合谋
    - 隐性合谋
    - 寡头价格竞争
    - 寡头产量竞争
3. 理论扩展概要

本节内容

完美监督重复博弈 (repeated game with perfect monitoring)

首先考虑完美监督情形，非完美监督介绍见第 3 节

- 给定一个策略形式博弈 $\Gamma = (I, A, (u_i)_{i \in I})$，$I$ 为参与者集合
- 参与者 I 每期都重复参与一次 Γ，$t = 0, \ldots, T$，Γ 称为阶段博弈 (stage game)
- $T < \infty$：有限期重复博弈；$T = \infty$，无限期重复博弈
- 完美监督：任何参与者都可以在每期结束时观测到其对手的行动，即 $a_t = (a_{1t}, \ldots, a_{It})$，且所有行动的历史信息 (路径) 也是完美的
    - 与完美信息 (perfect information) 不同；完美信息是指一个扩展形式博弈中，任意信息集都是单点集，即任意信息集对应的决策者，都完全确定其对手在之前信息集所选择的行动；见 Myerson (1991, Ch. 4.7, p. 185), Kreps (1990, Ch. 12.3, p. 400)
    - 特别的，同时行动 (simultaneous move) 博弈，如前讲的 Cournot、Bertrand 博弈，不是完美信息博弈

重复博弈的策略

- 不同于单次博弈 (one-shot game)，对行动历史的完美信息为每一期的参与者做出策略选择提供了额外的可能性
- 为明确起见，Γ 中的策略集称为行动集 (action set)，$A = A_1 \times \cdots \times A_I$
- 重复博弈中，$t = 0$ 时的策略集 $S_0 = A$，策略组 $s_0 = (s_{10}, \ldots, s_{I0})$ 对应的行动组 (action profile) 为 $a_0 = (a_{10}, \ldots, a_{I0}) = (s_{10}, \ldots, s_{I0})$
- 对 $t \geq 1$，把过往行动组序列称为 t 时的**历史** (history) $h^t = (a_{t-1}, \ldots, a_0) \in A^t \equiv \underbrace{A \times \cdots \times A}_{t\text{次}}$；补充定义 $h^0 = \varnothing$
- $t \geq 1$ 时的策略定义为映射 $s_t = (s_{1t}, \ldots, s_{It}) : A^t \to A$，$h^t \mapsto a_t = s_t(h^t)$，其中 $a_{it} = s_{it}(h^t)$

重复博弈的收益

- 给定所有参与者的策略组 $s = (s(1), \ldots, s(I))$，其中 $s(i) = (s_{i0}, s_{i1}, \ldots)$
- s 确定了一条行动路径 (path)：$h^\infty = (a_0, a_1, \ldots)$
- t 期 i 的收益为 $u_i(a_t)$；h^∞ 确定了其收益的序列
- 本课程中总考虑折现重复博弈 (RG with discounting)：所有参与者有同样的折现率 $\delta \in [0, 1)$，策略组 s 决定了路径 h^∞，进而决定了 i 的折现收益

$$V_i(s) = (1 - \delta) \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u_i(a_t).$$

- 另一种常见的情形为平均收益 (average payoff)：$V_s(s) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} u_i(a_t)$

重复博弈的均衡

- 给定 $\Gamma = (I, A, (u_i)_{i\in I})$，对应的折现重复博弈记为 $\Gamma^\infty = (I, A, (u_i)_{i\in I}, \delta, \infty)$
- 记 i 的策略集为 S_i，$S = S_1 \times \cdots \times S_I$，则 Γ^∞ 也可写作 $(I, S, (V_i)_{i\in I})$
- 同样的 Nash 均衡的定义也适用于 Γ^∞；只是此时任何参与者的单方面偏离可以有非常复杂的形式
    - i 可以在任意时点 t 和任意历史 h^t 下偏离均衡策略 $s_{it}(h^t)$
- 更一般的，我们希望重复博弈的均衡具有某种时间一致性：给定均衡策略 s，我们希望当重复博弈从 t 期重新开始时，s 还是均衡
- 这样的性质也可以大大简化对均衡的分析

子博弈完美均衡 (subgame-perfect equilibrium)

- 给定时间 t 和历史 $h^t = (a_{t-1}, \ldots, a_0)$，则从 h^t 往未来继续的博弈称为 Γ^∞ 的子博弈，记为 $\Gamma^\infty|h_t$
- 给定策略组 $s = (s(i))_{i\in I}$，称 $s(i)|h^t = (s_{it}(h^t), s_{it+1}(h^t, a_t), \ldots)$ 为参与者 i 的策略在 h^t 上的**限制**；并记为 $s|h^t = (s(i)|h^t)$
    - 注意，$a_t = s_t(h^t), a_{t+1} = s_t(h^{t+1}) = s_t(h^t, a_t), \ldots$
- 称 s 为子博弈完美均衡 (SPE)，若对于任意的历史 h^t，$s|h^t$ 是子博弈 $\Gamma^\infty|h^t$ 的 Nash 均衡
- 均衡内涵：沿着 s 诱导的均衡路径 h^∞，任何时候任何参与者 i 都不想偏离其均衡策略 $s(i)$

子博弈完美均衡 (SPE) 的基本性质

- 为检验一个策略组 s 是否是 SPE，只需要考察是否存在单次偏离 (one-shot deviation) 的可能性
- 给定参与者 i 的策略 $s(i) = (s_{it})_{t=0,\ldots,\infty}$，单次偏离是指如下形式的偏离：$s(i)|_t\hat{s} = (\ldots, s_{it-1}, \hat{s}, s_{it+1}, \ldots)$，其中 $\hat{s} : A^t \longrightarrow A_i$
- 在绝大部分应用中，我们甚至只需要考虑**惩罚策略** (punishment strategy)，亦称为**触发策略** (trigger strategy)
- 惩罚策略的直观含义：所有参与者都尽可能合作共赢，若有人偏离合作共赢的行动要求，以机会主义行径 (opportunistic behavior) 短期获利，则所有其他参与者都在未来竭尽所能惩罚该人

示例：重复囚徒困境博弈

- 阶段博弈为囚徒困境 (prisoner's dilemma)

		P_2 否认	P_2 招供
P_1	否认	5, 5	0, 10
P_1	招供	10, 0	2, 2

- 参与者折现率为 $\delta \in [0, 1)$
- 上述重复博弈的一个 SPE：所有参与者每期都选择阶段博弈 (静态) Nash 均衡：$s_{1t}(h^t) = s_{2t}(h^t) =$ 招供
  - 给定对手每期都招供，自己的最优选择也是每期招供，不存在单次偏离的可能

示例：重复囚徒困境博弈

- 重复的阶段博弈 Nash 均衡显然不是这个重复博弈的“最优解”，直观来看，参与者反复策略互动中，可以出现协调动机 (coordination incentive)
- 直观推理：如无意外，双方保持“合作”；如果有一方使诈/反水/背叛/掀桌子，则未来永不合作——以礼还礼，以牙还牙
- 考虑如下惩罚策略：对任意 t 和 $\tau \geq 0$

$$s_{it+\tau} = \begin{cases} \text{否认}, & \text{若前一期对手也否认指控} \\ \text{永远招供}, & \text{若前一期对手招供} \end{cases}$$

此处的“惩罚”体现在若上一期对方跳反，招供以谋求单期更高收益，则从当期开始尽所有可能不让对方好过

  - 自损一千，也要伤敌一千：核心在于“有仇必报”

示例：重复囚徒困境博弈

- 惩罚策略有可能促使双方有效协调，选择“否认”
- 从时间 t 开始，持续协调 (coordination) 选择“否认”的折现收益为 $V^c = (1-\delta)\sum_{\tau\geq 0}\delta^\tau 5 = 5$
- 时间 t 选择单次偏离 (deviation)，得到收益为 10，后续被对手惩罚，收益永远为 2，故总折现收益为 $V^d = (1-\delta)10 + (1-\delta)\sum_{\tau\geq 1}\delta^\tau 2 = (1-\delta)10 + 2\delta$
- $V^c \geq V^d$ 的条件为

$$5 \geq (1-\delta)10 + 2\delta \Leftrightarrow 8\delta \geq 5 \Leftrightarrow \delta \geq \underline{\delta} \equiv \frac{5}{8}$$

- 当 $\delta < \underline{\delta}$ 时，“永远招供”的惩罚策略，无法支持参与者一直选择“否认”，惩罚不够大，策略协调失败；也可理解为协调的折现收益不够大

均衡策略与均衡路径

- SPE 指定了任意历史 h^t 下，在 t 期所有参与者根据 SPE 均衡策略 (equilibrium strategy) $s_t(\cdot)$ 应当选择的均衡——“最优”——行动 $a_t = s_t(h^t)$
- t 期均衡行动 a_t 与历史 h^t 又构成了 $t+1$ 期的历史 $h^{t+1} = (a_t, h^t)$
- 从起点 h_0 出发，均衡策略 $s = (s_{i0}, s_{i1}, \ldots)_{i \in I}$ 诱导了一条均衡路径 (equilibrium path) $a = (a_0, a_1, \ldots)$，又称为均衡结果 (equilibrium outcome)
- 重复博弈中，均衡策略的本质，是通过对均衡外路径 (off the equilibrium path) 上的策略选择，制造足够的反事实威胁/威慑 (counterfactual threat/deterrence)，迫使对手留在均衡路径上
    - 这是所有扩展形式博弈的共同特征：均衡结果主要取决于均衡外路径上的策略选择，这也是所有威慑理论的核心

无威慑，无合作，无共赢

以德报德，以怨报怨

或曰：“以德报怨，何如？”子曰：“何以报德？以直报怨，以德报德。”

——《论语・宪问》

为无为，事无事，味无味。大小多少，报怨以德。

——《老子》第六十三章

是故百战百胜，非善之善者也；不战而屈人之兵，善之善者也。

——《孙子兵法・谋攻篇》

最优惩罚策略

- 在囚徒困境的例子中，博弈中的最优惩罚策略，就是无论对手选择什么行动，自己都选择招供；这一选择能保证对手实现最低收益，受到最大伤害
- 对于一般的阶段博弈 $\Gamma = (I, S, (u_i)_{i \in I})$，参与者 $i \in I$ 的对手 $-i = \{1, \ldots, i-1, i+1, \ldots, I\}$ 联合起来，能对 i 带来的最大伤害为

$$\underline{u}_i \equiv u_i\left(\overline{a}_i, \underline{a}_{-i}\right) = \min_{a_{-i} \in A_{-i}} \max_{a_i \in A_i} u_i(a_i, a_{-i})$$

其中 $\underline{u}_i$ 称为 i 的 minmax 收益 (或 minimax 收益)，相应的策略选择 $(\overline{a}_i, \underline{a}_{-i})$，称为 minmax 策略

  - 给定 t 时历史 h^t，针对 i 的 minmax 策略为映射 $s_i(h^t) = \overline{a}_i, s_{-i}(h^t) = \underline{a}_{-i}$

最优惩罚策略

- 最优惩罚策略：一旦发现 i 上期偏离均衡路径，对手 $-i$ 当期开始永远采取 minmax 策略，对 i 施加最大伤害，此时 i 的折现收益等于

$$\underline{V}_i = (1-\delta)\sum_{\tau=0}^{\infty}\delta^{\tau}\underline{u}_i = \underline{u}_i$$

- 注意，在完美监督重复博弈中，所有参与者历史行动都是公开信息 (public information)，故任何偏离都可以被发现

无名氏 (folklore) 定理

- 对于重复博弈 Γ^∞，定义阶段博弈 Γ 中参与者 $I = \{1, \dots, I\}$ 的可行收益 (feasible payoff) 集合 $\mathcal{U}$：

$$\mathcal{U} = \{(x_1, \dots, x_I) \in \mathbb{R}^I : \exists a = (a_1, \dots, a_I) \in A \text{ s.t. } x_i = u_i(a), \forall i \in I\}$$

- 由 $V_i = (1-\delta)\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t u_i = u_i$ 可知，可行折现价值 (feasible discounted value) 集合 $\mathcal{V} = \overline{\mathcal{U}}$，其中 $\overline{\mathcal{U}}$ 表示 $\mathcal{U}$ 的凸包 (convex hull)
- 再定义满足 minmax 约束的可行折现价值集合 $\mathcal{V}^*$

$$\mathcal{V}^* = \{(y_1, \dots, y_I) \in \mathcal{V} : y_i \geq \underline{u}_i, \forall i \in I\}$$

minmax 约束代表了每个博弈参与者的个人理性/参与 (individual rationality/participation) 约束

无名氏 (folklore) 定理

定理 1 (Folklore Theorem)

对重复博弈 $\Gamma^\infty = (I, A, (u_i)_{i\in I}, \delta, \infty)$，若 $\mathcal{V}^*$ 的内点集 (内部) 非空，则对任意 $(V_1, \ldots, V_I) \in \mathcal{V}^*$，存在 $\underline{\delta} \in (0,1)$，使得当 $\delta \in (\underline{\delta}, 1)$ 时，存在子博弈完美均衡 (SPE) 使得对任意参与者 $i \in I$，其均衡路径上的折现收益等于 V_i

证明.

请见 Fudenberg and Maskin (1986) □

无名氏 (folklore) 定理

- Folklore 意为民歌、民间传说，博弈论学界很早就意识到 Folklore Theorem 的成立，有很多口头讨论、传播，但没有正式陈述与发表，也没有人宣称他/她最早发现并证明了这个定理
- 该定理的含义可理解为：阶段博弈中任何可以通过行动协调实现的收益，在折现因子足够接近 1，即折现率 ($r = 1/\delta - 1$) 接近 0 时，都可以通过重复博弈的子博弈完美均衡及相应策略得以实现
- 动态策略互动，可以促成策略合作，协调参与者策略，实现 Pareto 占优结果
  - 当 $V = (V_1, \ldots, V_I) \in \mathcal{V}^*$ 且 $V_i > \underline{u}_i, \forall i \in I$ 时，折现收益组合 V 严格 Pareto 优于 $\underline{u} = (\underline{u}_1, \ldots, \underline{u}_I)$，所有参与者得到收益提升
  - 更重要的是，$\mathcal{V}^*$ 往往存在收益 (及相应行动) 组合 $V = (V_i)_{i \in I} \in \mathcal{V}^*$，使得 V_i 严格大于阶段博弈 Nash 均衡中每个 i 的收益 $V_i^{\mathrm{NE}} = u_i^{\mathrm{NE}}$，即相对 Nash 均衡，重复博弈也可实现福利改进，原因就在于惩罚策略能克服策略负外部性

本节内容

重复博弈 SPE 的问题

- 无名氏定理说明，重复博弈的 SPE 数目可能非常多
  - 在一般均衡理论中，均衡多重性称为不定性 (indeterminacy)，重复博弈 SPE 具有严重的不定性
- 在众多 SPE 中，缺乏明显的焦点 (focal point) 均衡，参与者未必能有效协调各自的策略选择
  - Nash 均衡的本质是各个参与者对其他参与者的策略预期，如果只有一个备选均衡，那么策略预期很容易聚焦，从而实现策略协调；如果有多个均衡，则可能存在 i 选择了均衡 A 中的策略，而 j 却选择了均衡 B 中的策略
- 不过在寡头竞争的博弈中，有一个备选均衡，容易成为焦点均衡，即所有参与者合谋 (collude) 以实现行业总体的垄断利润，此时称为合谋 (collusion) 均衡
  - 无论各个寡头厂商如何分配利润，行业能实现垄断利润，总是一个占优 (dominating) 选项

隐性合谋

- 寡头合谋以实现垄断利润，是现代各国反垄断法律与规制的主要查处对象，因此，任何直接的合谋协议，都不是寡头厂商的可行选项
- 寡头厂商可以选择隐性合谋 (tacit collusion)，以此规避反垄断监管与惩罚
- 静态单期寡头竞争下，Nash 均衡无法支撑隐性合谋的均衡结果
- 重复博弈下，隐性合谋是可能的
    - 具体依赖于行业条件、厂商折现率等参数
- 重复博弈下，若隐性合谋均衡是可能，则该均衡容易成为聚焦点，参与者有动力协调策略选择，以实现这一最优 SPE

寡头价格竞争重复博弈

单期 (阶段) 博弈设定

- N 个厂商生产同一个产品，单位成本均为 $c \geq 0$，市场需求函数为 $D(p) = A - p$，$A > c$，p 为商品成交价
- 价格竞争：N 个厂商出价为 $p_i, \forall i \in N$，成交价为最低价 $p = \min\{p_1, \ldots, p_N\}$，出价最低厂商平分市场需求

$$y_i = \begin{cases} \frac{1}{\#\{j \in N : p_j = p\}} D(p), & \text{若 } p_i = p \\ 0, & \text{若 } p_i > p \end{cases}$$

- 单期博弈的 Nash 均衡：$p_i^e = c, \forall i \in N$，$y_i^e = (A - c)/N$，$\pi_i^e = 0$
- 此时行业总产出为 $y^e = A - c$，行业利润 $\pi^e = 0$

寡头价格竞争重复博弈

单期行业垄断结果

- 行业利润函数 $\pi(p) = (p - c)D(p) = (p - c)(A - p)$
- 求解垄断利润 $\max_p \pi(p)$，可得垄断价格 $p^m = (A + c)/2 > c = p^e$，垄断利润 $\pi^m = \pi(p^m) = (A - c)^2/4 > 0 = \pi^e$
- 垄断产出 $y^m = D(p^m) = (A - c)/2 < A - c = y^e$
- 单个厂商平分产出与利润：$p_i^m = p^m$，$y_i^m = y^m/N$，$\pi_i^m = \pi^m/N$

寡头价格竞争重复博弈

重复博弈：厂商共同折现率为 $\delta \in (0,1)$

- 每期开始时，所有厂商同时出价 $\boldsymbol{p}_t = (p_{1t}, \ldots, p_{Nt})$
- 重复博弈中，t 时的历史可表示为 $h^t = (\boldsymbol{p}_{t-1}, \ldots, \boldsymbol{p}_0)$，所有厂商都知晓 h^t
- 考虑 (对称) 惩罚策略 $P_{it}(h^t)$：

$$P_{it}(h^t) = \begin{cases} p^m, & \text{若 } p_{jt-1} = p^m, \forall j \in N \\ p^e, & \text{若 } p_{jt-1} < p^m, \exists j \in N \end{cases}$$

若上期无人偏离垄断定价，则本期继续垄断定价；若上期有人偏离垄断定价，则本期开始永远选择单期 Nash 均衡定价 $p^e = c$

寡头价格竞争重复博弈

- 若 i 每期按照 p^m 出价，则与其他厂商分享垄断利润，在任意时期 t 开始，其折现价值为

$$V_i^m = (1-\delta)\sum_{\tau=0}^{\infty}\delta^\tau \frac{\pi^m}{N} = \frac{\pi^m}{N}$$

- 若 i 在 t 偏离，选择杀价 $p^m - \epsilon$，则从 $t+1$ 起所有对手 $-i$ 选择最优惩罚策略 $p_{-it+\tau} = p^e$，使得每期利润为 $\pi^e = 0$，故 i 偏离后的折现收益为 $(\epsilon \to 0)$

$$V_i^d = (1-\delta)\pi^m$$

- 故当 $V_i^m \geq V_i^d \Leftrightarrow \pi^m/N \geq (1-\delta)\pi^m \Leftrightarrow \delta \geq \underline{\delta} \equiv 1 - \frac{1}{N}$ 时，没有厂商有动力偏离垄断定价
- 此时均衡结果：各厂商每期都选择垄断价格 p^m，平分垄断利润，形成隐性合谋

惩罚强度的意义

- 前例的均衡策略中，偏离合谋的惩罚为转回阶段博弈的 Nash 均衡
- 给定同质产品价格竞争的设定，阶段博弈 Nash 均衡本身意味着 $\pi^e = 0$，这正好也是任意的偏离方 i 的 minmax 收益
- Nash 均衡收益，通常大于 minmax 收益，这会导致合谋更难出现
- 延续前例，但假设阶段博弈 Nash 均衡的收益 $0 < \pi^e < \pi^m$，则单方偏离后续的路径中，预期的未来收益折现为 $(1-\delta)\sum_{\tau\geq 1}\delta^\tau \pi^e = \delta\pi^e$，则偏离的总收益为

$$V_i^d = (1-\delta)\pi + \delta\pi^e$$

此时 $V_i^m \geq V_i^d \Leftrightarrow 1/N \geq 1-\delta+\delta\pi^e/\pi^m \Leftrightarrow \delta \geq \underline{\delta} \equiv (1-1/N)/(1-\pi^e/\pi^m)$

- 此时，若 $\pi^e \geq \pi^m/N$，则 $\underline{\delta} \geq 1$，故不存在 $\delta < 1$ 使得重复博弈中存在合谋均衡

寡头产量竞争下的惩罚策略

单期阶段博弈

- 考虑 Cournot 产量竞争作为阶段博弈，需求与生产函数与前例相同
- N 个企业同时选择各自的产量 $y_i \geq 0, \forall i \in N$，总产量为 $y = y_1 + \cdots + y_N$，价格为 $p = A - y$
- 企业 i 的利润为 $\pi_i(y_i, y_{-i}) = (A - y_i - y_{-i} - c)y_i$，其中 $y_{-i} = \sum_{j \neq i} y_j$，即对手产量总和
- 企业 i 的最优选择为 $y_i = (A - y_{-i} - c)/2 \Leftrightarrow y_i + y = A - c$，由此可得 $y_i^e = (A - c)/(N + 1)$，$y^e = N(A - c)/(N + 1)$，$p^e = (A + Nc)/(N + 1)$，$\pi_i^e = (A - c)^2/(N + 1)^2$

寡头产量竞争下的惩罚策略：Cournot 惩罚

- 若以阶段博弈 Nash 均衡，作为惩罚策略中对偏离合谋路径的惩罚，则惩罚强度有限
- 先计算 t 时刻厂商 i 偏离合谋产量 y_i^m 的最优选择：此时 $-i$ 都选择 $y_i^m = y^m/N = (A-c)/(2N)$，则 i 最大化利润函数的产量选择为

$$(A-c-y_i-(N-1)(A-c)/(2N))y_i \Rightarrow y_i^d = \frac{N+1}{4N}(A-c) > \frac{1}{2N}(A-c) = y_i^m$$

此时的单期偏离利润为 $\pi_i^d = \frac{(N+1)^2}{16N^2}(A-c)^2$

- 相应的，偏离合谋带来的总折现收益为

$$V_i^d = (1-\delta)\pi_i^d + (1-\delta)\sum_{\tau\geq 1}\delta^\tau \pi_i^e = (1-\delta)\frac{(N+1)^2}{16N^2}(A-c)^2 + \delta\frac{1}{(N+1)^2}(A-c)^2$$

寡头产量竞争下的惩罚策略：Cournot 惩罚

- 相比之下，合谋给 i 带来的垄断收益为 $V_i^m = \pi_i^m = (A-c)^2/(4N)$
- 故 $V_i^m \geq V_i^d$ 的条件为

$$\frac{(A-c)^2}{4N} \geq (1-\delta)\frac{(N+1)^2}{16N^2}(A-c)^2 + \delta\frac{1}{(N+1)^2}(A-c)^2$$

$$\Leftrightarrow \delta \geq \underline{\delta}^e \equiv \frac{\frac{(N+1)^2}{16N^2} - \frac{1}{4N}}{\frac{(N+1)^2}{16N^2} - \frac{1}{(N+1)^2}}$$

由 $\frac{(N+1)^2}{16N^2} > \frac{1}{4N} > \frac{1}{(N+1)^2}, \forall N > 1$ 可知 $\underline{\delta}^e \in (0,1)$

寡头产量竞争下的惩罚策略：最优惩罚

- 阶段博弈 Cournot 均衡作为惩罚，不是最优惩罚
- 容易计算，厂商 i 的单期 minmax 收益 $\underline{\pi}_i = 0$：

$$\underline{\pi}_i = \min_{y_{-i}} \max_{y_i} (A - y_i - y_{-i} - c) y_i = 0, \qquad \text{给定 } y_{-i} = A - c$$

- 在此最优惩罚之下，偏离合谋带来的总折现收益为

$$\tilde{V}_i^d = (1-\delta)\pi_i^d = (1-\delta)\frac{(N+1)^2}{16N^2}(A-c)^2$$

故 $V_i^m \geq \tilde{V}_i^d$ 的条件弱化为 $\delta \geq \underline{\delta}^o \equiv 1 - \frac{4N}{(N+1)^2}$

- 可验证，$\underline{\delta}^e > \underline{\delta}^o, \forall N > 1$

本节内容

重复博弈的理论扩展

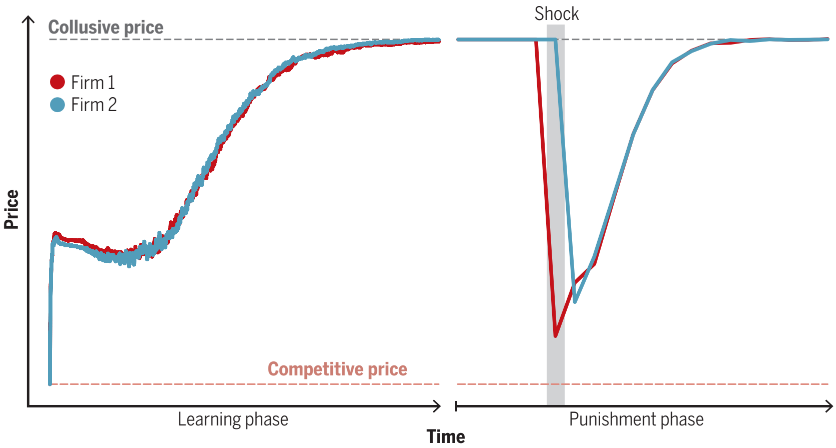
- 隐性合谋理论的起始：Friedman (1971)
  - 早期称作超博弈 (supergame)，而不是重复博弈
- 重复博弈理论在 80 年代出现一个发展高潮，奠定了动态条件下策略互动的诸多理论框架
  - 折现重复博弈的基础理论，特别是最优惩罚策略的简单结构：Abreu (1986, 1988)
  - 利用动态规划思想对重复博弈均衡结构的刻画 (许诺价值法, promised value approach)：Abreu et al. (1986, 1990)
  - 上述一般方法同样使得分析动态最优政策问题成为可能：重复 Stackelberg 政策博弈，见 Chari and Kehoe (1990), Stokey (1991)

重复博弈的理论扩展

- 在重复博弈中引入非完美监督
  - 需求冲击造成的价格不确定性，引起周期性价格战：Porter (1983), Green and Porter (1984)
  - 价格战本身在均衡路径上发生，并不仅是均衡路径外的威胁；“以怨报怨”是可能实际发生的
  - 成本冲击：Athey and Bagwell (2001), Athey et al. (2004), Athey and Bagwell (2008)
- 完美监督情形下引入随机冲击，策略选择具有状态依赖性
  - 需求冲击引起竞争强度的周期性变化：Rotemberg and Saloner (1986), Kandori (1991), Bagwell and Staiger (1997)
  - 利率冲击：Bó (2007)

算法合谋：两个公司用算法定价，算法会有合谋倾向

关键文献：**Calvano et al. (2020b, AER), Calvano et al. (2020a, Science)**



参考文献 I

Abreu, D. (1986): "Extremal Equilibria of Oligopolistic Supergames," *Journal of Economic Theory*, 39, 191–225.

——— (1988): "On the Theory of Infinitely Repeated Games with Discounting," *Econometrica*, 56, 383–396.

Abreu, D., D. Pearce, and E. Stacchetti (1986): "Optimal Cartel Equilibria with Imperfect Monitoring," *Journal of Economic Theory*, 39, 251–269.

——— (1990): "Toward a Theory of Discounted Repeated Games with Imperfect Monitoring," *Econometrica*, 58, 1041–1063.

Athey, S. and K. Bagwell (2001): "Optimal Collusion with Private Information," *RAND Journal of Economics*, 32, 428–465.

——— (2008): "Collusion With Persistent Cost Shocks," *Econometrica*, 76, 493–540.

Athey, S., K. Bagwell, and C. Sanchirico (2004): "Collusion and Price Rigidity," *Review of Economic Studies*, 71, 317–349.

Bagwell, K. and R. W. Staiger (1997): "Collusion over the Business Cycle," *RAND Journal of Economics*, 28, 82–106.

Bó, P. D. (2007): "Tacit Collusion under Interest Rate Fluctuations," *RAND Journal of Economics*, 38, 533–540.

Calvano, E., G. Calzolari, V. Denicolò, J. E. Harrington, and S. Pastorello (2020a): "Protecting Consumers from Collusive Prices Due to AI," *Science*, 370, 1040–1042.

Calvano, E., G. Calzolari, V. Denicolò, and S. Pastorello (2020b): "Artificial Intelligence, Algorithmic Pricing, and Collusion," *American Economic Review*, 110, 3267–97.

Chari, V. V. and P. J. Kehoe (1990): "Sustainable Plans," *Journal of Political Economy*, 98, 783–802.

参考文献 II

FRIEDMAN, J. W. (1971): "A Non-cooperative Equilibrium for Supergames," *Review of Economic Studies*, 38, 1–12.

FUDENBERG, D. AND E. MASKIN (1986): "The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information," *Econometrica*, 54, 533–554.

GREEN, E. J. AND R. H. PORTER (1984): "Noncooperative Collusion under Imperfect Price Information," *Econometrica*, 52, 87–100.

KANDORI, M. (1991): "Correlated Demand Shocks and Price Wars During Booms," *Review of Economic Studies*, 58, 171–180.

KREPS, D. M. (1990): *A Course in Microeconomic Theory*, Princeton, NJ: Princeton University Press.

MYERSON, R. (1991): *Game Theory: Analysis of Conflict*, Cambridge, MA: Harvard University Press.

PORTER, R. H. (1983): "Optimal Cartel Trigger Price Strategies," *Journal of Economic Theory*, 29, 313–338.

ROTEMBERG, J. J. AND G. SALONER (1986): "A Supergame-Theoretic Model of Price Wars during Booms," *American Economic Review*, 76, 390–407.

STOKEY, N. L. (1991): "Credible Public Policy," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 15, 627–656.