



高级宏观经济学 I

第 5 讲：不完全竞争

授课人：刘岩

中山大学管理学院（创业学院）

2025 年 10 月 28 日



本讲内容

- ① 寡头竞争：部分均衡
- ② 垄断竞争：需求系统
- ③ 垄断竞争：一般均衡

本节内容

- 1 寡头竞争：部分均衡
- 2 垄断竞争：需求系统
- 3 垄断竞争：一般均衡

Cournot 数量竞争

- 考虑两家企业，生产同质产品，成本函数为 cy_i , $i = 1, 2$ ，即两企业边际成本均为 $c > 0$
- 产品需求函数为 $d = D(p) = A - p$, $A > c$ ，相应的反需求函数为 $p = A - d$
- 两个企业采取数量竞争的形式：具体而言，若两个企业的产量决策为 y_1, y_2 ，则市场价格为 $p = A - y_1 - y_2$
- Cournot 竞争博弈：两个企业同时选择产量水平
- 此时唯一的 Nash 均衡产量水平为 y_1^c, y_2^c ，则总产出 $y^c = y_1^c + y_2^c$ 小于垄断企业产量选择 y^m
- 拓展：多个厂商 (市场集中度 HHI 的理论基础)，固定成本，非对称生产技术 (边际成本)，产能投资，一般的需求函数形式

Cournot 竞争与 HHI

- 假设反需求函数 $P(Q) = A - bQ = A - b \sum_{i=1}^N q_i$, 企业 i 的常数边际成本为 $c_i > 0$, 则利润为 $\pi_i = P(Q)q_i - c_i q_i$
- 均衡如下:

$$q_i = \frac{1}{b} \left(\frac{A + \sum_{i=1}^N c_i}{N+1} - c_i \right), \quad Q = \frac{1}{b} \left(\frac{NA - \sum_{i=1}^N c_i}{N+1} \right), \quad P = \frac{A + \sum_{i=1}^N c_i}{N+1}$$

- 均衡中企业的总利润

$$\sum_{i=1}^N \pi_i \propto \underbrace{\sum_{i=1}^N \left(\frac{q_i}{Q} \right)^2}_{\equiv \text{HHI}}$$

Stackelberg 数量竞争

- 继续考虑上述两家企业
- 假设企业 1 首先选择产量 y_1 ，而企业 2 在观察到 y_1 之后选择产量 y_2
 - Stackelberg 博弈的策略形式与 Cournot 博弈的策略形式完全相同，差别在于扩展形式，即行动时点及参与者的信息
- 此时有唯一的 Nash 均衡产量水平 y_1^s, y_2^s ，且 $y_1^s > y_2^s$ ，即存在领先者优势
 - 领先者优势 (leader's advantage): 预见到对手的策略选择，从而确保自己的策略更占优
- 拓展：Cournot 博弈的拓展全部适用；以及更多的动态、不对称信息拓展，如阻止竞争对手市场进入的极限定价 (limit pricing)
 - 一个系列重要的拓展在宏观经济学和动态政治经济学建模：动态的政策/政治互动，可以用动态 Stackelberg (重复) 博弈来刻画

Bertrand 价格竞争

- 考虑两个企业进行价格而非数量竞争
- 假设两个企业同时选择价格水平 p_1, p_2 ：若 $p_i < p_j$ ，则 i 获得所有市场需求；若两个企业出价相等 $p_1 = p_2$ ，则均分此时的市场需求
 - Bertrand 博弈与 Cournot 博弈同样是同时行动 (simultaneous move) 博弈，即其扩展形式与策略形式完全相同
 - 如果改为 Stackelberg 式的扩展形式，一个厂商先选价格，后一个厂商再选，结果有何差别？
- 该价格竞争博弈有唯一的 Nash 均衡 $p_1^b = p_2^b = c$ ，此时均衡产出 $y^b = y_1^b + y_2^b$ 高于 y^m, y^c, y^s
 - 此时又称为边际成本定价，按照古典经济学的观点，认为达到了社会有效 (socially efficient) 产出水平
- 拓展：不对称信息下的价格竞争，形成了一整套的拍卖 (auction) 理论

本节内容

- 1 寡头竞争：部分均衡
- 2 垄断竞争：需求系统
- 3 垄断竞争：一般均衡

CES：商品数量有限

考虑如下定义在 \mathbb{R}_{++}^K 上的 CES (constant elasticity of substitution) 函数：

$$U(x) = \left(\alpha_1 x_1^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} + \cdots + \alpha_K x_K^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \quad \varepsilon \geq 0, \alpha_1, \dots, \alpha_K > 0, \alpha_1 + \cdots + \alpha_K = 1$$

有如下性质：

- ① 一次齐次，位似 (homothetic)
- ② $\lim_{\varepsilon \rightarrow 1} U(x) = \prod_{i=1}^K x_i^{\alpha_i}$, $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} U(x) = \min\{x_1, \dots, x_K\}$,
 $\lim_{\varepsilon \rightarrow +\infty} U(x) = \sum_{i=1}^K \alpha_i x_i$
- ③ Marshall 需求函数 $x_k(p, w) = [w \cdot (\frac{\alpha_k}{p_k})^\varepsilon] / [\sum_i p_i \cdot (\frac{\alpha_i}{p_i})^\varepsilon]$
- ④ 需求弹性为常数 $\varepsilon_{k\ell}(p, w) \equiv -\frac{\partial \ln(x_k(p, w)/x_\ell(p, w))}{\partial \ln(p_k/p_\ell)} = \varepsilon$
- ⑤ 所有商品都是正常品： $\partial x_k(p, w)/\partial w > 0$
- ⑥ 满足需求定律： $\partial x_k(p, w)/\partial p_k < 0$

CES：商品数量无限

假设存在连续多个商品，由 $i \in [0, 1]$ 表示第 i 个商品，对应的消费记作 $x(i) \geq 0$ ，商品消费组合由函数 $x(\cdot)$ 表示，对应的效用表示为一个积分：

$$U(x(\cdot)) = \left(\int_0^1 [x(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \quad \varepsilon > 0$$

效用最大化问题：

$$\max_{x(\cdot)} \left(\int_0^1 [x(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad \text{s.t.} \quad \int_0^1 p(i)x(i)di \leq w$$

对应 Lagrange 函数如下

$$L = \left(\int_0^1 [x(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} - \lambda \left(\int_0^1 p(i)x(i)di - w \right)$$

任意 i 对应的消费 $x(i)$ 的 FOC 为 $\partial L / \partial x(i)$ ，直接计算即可

CES：商品数量无限

对消费组合 $\{x(i) : i \in [0, 1]\}$ ，定义加总消费为

$$X = \left(\int_0^1 [x(i)]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} di \right)^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}},$$

亦即将效用值本身视作加总消费水平，并进而定义加总价格水平

$P = w/X = \left(\int_0^1 [p(i)]^{1-\varepsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\varepsilon}}$ ，可证明消费 $x(i)$ 的需求函数可表示为

$$x(i) = D_i(p(i); P, X) = \left(\frac{p(i)}{P} \right)^{-\varepsilon} X$$

垄断竞争

假设商品 i 的生产商为垄断生产商，单位产出的成本为常数 $c > 0$ ， $\varepsilon > 1$ ，则利润最大化问题如下

$$\max_{p(i)} (p(i) - c) x_i \quad \text{s.t.} \quad x(i) = \left(\frac{p(i)}{P} \right)^{-\varepsilon} \frac{w}{P}$$

由 FOC

$$\frac{[p(i)]^{-\varepsilon} w}{P^{1-\varepsilon}} + [p(i) - c] \frac{w}{P^{1-\varepsilon}} (-\varepsilon) [p(i)]^{-\varepsilon-1} = 0$$

可得

$$p^*(i) = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} c$$

加成比率 $\frac{p^*(i)}{c} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1} > 1$

- 经典文献：Chamberlin (1950), Dixit and Stiglitz (1977)

本节内容

- 1 寡头竞争：部分均衡
- 2 垄断竞争：需求系统
- 3 垄断竞争：一般均衡

基本设定：家庭

- 商品：消费品 $c(i)$, $i \in [0, 1]$, 劳动 L
- 代表性家庭，效用函数为

$$U(\{c(i)\}_{i \in [0,1]}, L) = u\left(\left(\int_0^1 [c(i)]^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di\right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}\right) - v(L), \quad \epsilon \geq 1$$

其中 $u(\cdot), v(\cdot)$ 满足标准假设，预算约束为

$$\int_0^1 p(i)c(i)di \leq wL + \int_0^1 \pi(i)di$$

其中 $p(i)$ 为商品 i 的价格， w 为工资率， $\pi(i)$ 为企业 i 的利润

- 所有制结构：家庭是所有企业的股东，企业利润以红利形式支付给家庭

基本设定：企业

- 每个商品 i 由一个企业来生产，同样记为 i
- 生产函数为 $y(i) = A\ell(i)$ ， A 为统一的生产率 (TFP)， $\ell(i)$ 为企业 i 雇佣的劳动投入
- 劳动投入同质， $\ell(i)$ 与 $\ell(j)$ 完全替代，且存在单一劳动市场，工资率为 w
- 企业 i 的利润为 $\pi(i) = p(i)y(i) - w\ell(i)$
- 由 CES 效用函数可得 $c(i) = (p(i)/P)^{-\epsilon}C$ ，其中 $C = \left(\int_0^1 [c(i)]^{\frac{\epsilon-1}{\epsilon}} di \right)^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$ ，
 $P = \left(\int_0^1 [p(i)]^{1-\epsilon} di \right)^{\frac{1}{1-\epsilon}}$ ，且 $\int_0^1 p(i)c(i)di = PC$
- 给定 C, P ，企业 i 利润最大化问题为：

$$\max_p (p - w/A)(p/P)^{-\epsilon} C \Rightarrow p^o(i) = \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} \frac{w}{A}$$

市场与均衡：产品市场垄断竞争，劳动力市场完全竞争

- 代表性家庭：给定 $\{p^*(i)\}, P^*, w^*$ ，效用最大化决定消费需求 $\{c^*(i)\}, C^*$ 与劳动供给 L^*
- 垄断竞争厂商：给定 P^*, C^*, w^* ，利润最大化决定产品供给 $y^*(i)$ ，劳动需求 $\ell^*(i)$ ，最优定价 $p^*(i)$ ，以及最优利润 $\pi^*(i)$
- 产品市场均衡： $c^*(i) = y^*(i), \forall i \in [0, 1]$
- 劳动市场均衡： $L^* = \int_0^1 \ell(i) di$

均衡性质：对称均衡，无效率

- $p^*(i) = p^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{w^*}{A}, \forall i$, 故 $P^* = p^* = 1$ 标准化为 1
- $w^* = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} A < A = MPL$, 故均衡时工资率低于劳动边际产出
- 家庭效用最大化等价表达式:

$$\max_{C,L} u(C) - v(L), \quad \text{s.t.} \quad PC = C = w^*L + \pi^*$$

FOC 为 $u'(C)w^* = v'(L)$, 故均衡时劳动与消费的边际替代率小于边际转换率

$$MRS = \frac{v'(L^*)}{u'(C^*)} = w^* < A = MRT$$

均衡不是 Pareto 有效的

参考文献 I

- CHAMBERLIN, E. H. (1950): "Product Heterogeneity and Public Policy," *American Economic Review*, 40, 85–92.
- DIXIT, A. K. AND J. E. STIGLITZ (1977): "Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity," *American Economic Review*, 67, 297–308.