处置效应

江梦瑜

2020.11.5

本章框架

- 5.1：潜在结果、处置效应与因果关系
- 5.2：观测结果
- 5.3：使用观测结果估计处置效应的可能偏差
- 5.4：计算平均处置效应实例

第一节

潜在结果、处置效应与因果关系

5.1.1：潜在结果

- 若个体i是否接受了某种处置行为D_i后果为Y_i
- 称该结果为潜在结果，表示如下

$$潜在结果=\begin{cases} Y_i(0)，如果D_i=0 \\ Y_i(1)，如果D_i=1 \end{cases}$$

  - $D_i=0$表示个体i没有接受处置，$D_i=0$表示接受了处置

- 潜在结果的含义：
  - 这两个结果是个体i一直具备的，只不过没有显现出来
  - 若未显现出来，也无法观测到

5.1.2：个体处置效应

- 个体处置效应：处置行为D_i对个体i的是否接受处置的潜在结果的差异

$$D_i\text{对个体}i\text{的处置效应}=\gamma_i = Y_i(1) - Y_i\ (0)$$

  - 即处置行为D_i对Y_i的因果效用

个体i	个体未处置时特征		潜在结果		处置效果
	可观测的	不可观测	如果处置	若未处置	
1	X_1	e_1	$Y_1(1)$	$Y_1(0)$	$\gamma_1 = Y_1(1) - Y_1\ (0)$
…	…	…	…	…	…
K	X_K	e_K	$Y_K(1)$	$Y_K(0)$	$\gamma_K = Y_K(1) - Y_K\ (0)$
$K+1$	X_{K+1}	e_{K+1}	$Y_{K+1}(1)$	$Y_{K+1}(0)$	$\gamma_{K+1} = Y_{K+1}(1) - Y_{K+1}\ (0)$
…	…	…	…	…	…
N	X_N	e_N	$Y_N(1)$	$Y_N(0)$	$\gamma_N = Y_N(1) - Y_N\ (0)$

表5.1 个体处置效应

5.1.3：平均处置效应

- 个体处置效应存在异质性
- 平均处置效应：用于描述处置效应的平均效果
- 对于不同的群体定义不同的平均处置效应：

（e.g.国有企业必须执行的公司治理法案&私企）

- 接受处置个体的平均处置效应(ATT)

  (最关注的效应，是处置行为的直接后果)

$$
\begin{aligned}
ATT &= E[Y_i(1) - Y_i(0) \mid D_i = 1] \\
&= E[Y_i(1) \mid D_i = 1] - E[Y_i(0) \mid D_i = 1]
\end{aligned}
$$

- 未接受处置个体的平均处置效应(ATU)

$$
\begin{aligned}
ATU &= E[Y_i(1) - Y_i(0) \mid D_i = 0] \\
&= E[Y_i(1) \mid D_i = 0] - E[Y_i(0) \mid D_i = 0]
\end{aligned}
$$

5.1.3：平均处置效应

- 总体平均处置效应(ATE)

$$\begin{aligned} ATE &= E[Y_i(1) - Y_i(0)] \\ &= E[Y_i(1)] - E[Y_i(0)] \\ &= \omega \times ATT + (1-\omega) \times ATU \end{aligned}$$

- ATE是ATT和ATU的加权平均

- 通过潜在结果框架来分析因果关系最早是由Fisher和Roy提出的

第二节

观测结果

5.2.1：观测结果

- 估计处置效应的难点：
  - 对个体i无法同时观测得到两种潜在结果
  - 是Holland提出的因果推断的根本难点
- 观测结果：
  - 个体根据它的接受处置状态而显现出来的对应的潜在结果
  - 可表现为潜在结果和处置状态的函数

$$Y_i = Y_i(0) + [Y_i(1) - Y_i(0)] \times D_i$$

  - $D_i = 0$表示个体i没有接受处置，$Y_i = Y_i(0)$
  - $D_i = 1$表示接受了处置，$Y_i = Y_i(1)$

5.2.1：观测结果

- 例子：
  - 个体$1\sim K$接受了处置，$K+1\sim N$未接受处置

个体i	个体未处置时特征		潜在结果		处置效果	处置状态	观测结果	组别
	可观测的	不可观测	如果处置	若未处置				
1	X_1	e_1	$Y_1(1)$	$Y_1(0)$	$\gamma_1=Y_1(1)-Y_1(0)$	1	$Y_1=Y_1(1)$	
…	…	…	…	…	…	…	…	处置组
K	X_K	e_K	$Y_K(1)$	$Y_K(0)$	$\gamma_K=Y_K(1)-Y_K(0)$	1	$Y_K=Y_K(1)$	
$K+1$	X_{K+1}	e_{K+1}	$Y_{K+1}(1)$	$Y_{K+1}(0)$	$\gamma_{K+1}=Y_{K+1}(1)-Y_{K+1}(0)$	0	$Y_{K+1}=Y_{K+1}(0)$	
…	…	…	…	…	…	…	…	控制组
N	X_N	e_N	$Y_N(1)$	$Y_N(0)$	$\gamma_N=Y_N(1)-Y_N(0)$	0	$Y_N=Y_N(0)$	

表5.2 处置组和控制组

5.2.2：反事实结果

- 对于处置组个体i，观测结果$Y_i = Y_i(1)$，反事实结果为$Y_i = Y_i(0)$
- 反事实结果：
  - 观测结果所对应的未观测到的潜在结果
- 由于无法观测，只能依靠观测数据估计
- 估计反事实结果是估计处置效应的关键

第三节

使用观测结果估计处置效应的可能偏差

5.3.1：使用观测结果估计个体处置效应的可能偏差

- 假设i接受了处置，$Y_i = Y_i(1)$；j未接受处置，$Y_j = Y_j(0)$
- 想要知道个体i的处置效应，如果用i的观测结果减去j的观测结果

$$Y_i - Y_j = Y_i(1) - Y_j(0) = \underbrace{Y_i(1) - Y_i(0)}_{\gamma_i} + \underbrace{Y_i(0) - Y_j(0)}_{\text{偏差}}$$

  - 包含i的处置效应和二者在未处置情况下的潜在结果差异

- 想要知道个体j的处置效应，如果用i的观测结果减去j的观测结果

$$Y_i - Y_j = Y_i(1) - Y_j(0) = \underbrace{Y_j(1) - Y_j(0)}_{\gamma_j} + \underbrace{Y_i(1) - Y_j(1)}_{\text{偏差}}$$

  - 包含j的处置效应和二者在处置情况下的潜在结果差异

- 个体的潜在结果差异无法消除
  - 解决办法：关注平均处置效应

5.3.2：使用观测结果估计平均处置效应的可能偏差

平均潜在结果		处置情况	平均观测结果
如果处置	如果未处置		
$T1 = E[Y_i(1)\vert D_i = 1]$	$T0 = E[Y_i(0)\vert D_i = 1]$ (反事实结果)	$D_i = 1$ (处置组)	$T1 = E[Y_i\vert D_i = 1] = E[Y_i(1)\vert D_i = 1]$
$C1 = E[Y_i(1)\vert D_i = 0]$ (反事实结果)	$C0 = E[Y_i(0)\vert D_i = 0]$	$D_i = 0$ (控制组)	$C0 = E[Y_i\vert D_i = 1] = E[Y_i(0)\vert D_i = 0]$

- $T1$、$T0$分别代表处置组的平均潜在处置结果和平均潜在未处置结果
- $C1$、$C0$分别代表控制组的平均潜在处置结果和平均潜在未处置结果

5.3.2：使用观测结果估计平均处置效应的可能偏差

- ATT(接受处置个体的平均处置效应) $= T1 - T0$
- ATU (未接受处置个体的平均处置效应) $= C1 - C0$
- ATE(总体平均处置效应)$= \omega \times ATT + (1-\omega) \times ATU$

$$= \omega \times (T1 - T0) + (1-\omega) \times (C1 - C0)$$

5.3.2：使用观测结果估计平均处置效应的可能偏差

- 简单估计平均处置效应的方法：

$$\text{“朴素”估计量:} T1 - C0$$

- “朴素”估计量对ATT、ATU、ATE的估计都可能存在偏差

- $T1 - C0 = \underbrace{T1 - T0}_{ATT} + \underbrace{T0 - C0}_{ATT\text{估计误差}}$
  - $T0 - C0 \neq 0$, 即处置组与控制组的平均未处置潜在结果存在差异

- $T1 - C0 = \underbrace{C1 - C0}_{ATU} + \underbrace{T1 - C1}_{ATU\text{估计误差}}$
  - $T1 - C1 \neq 0$, 即处置组与控制组的平均接受处置潜在结果存在差异

5.3.2：使用观测结果估计平均处置效应的可能偏差

- $T1 - C0 = \underbrace{\omega \times (T1 - T0) + (1 - \omega) \times (C1 - C0)}_{ATE} +$
  $$\underbrace{\omega \times (T0 - C0) + (1 - \omega) \times (T1 - C1)}_{ATE\text{估计误差}=\omega\times ATT\text{估计误差}+(1-\omega)\times ATU\text{估计误差}}$$
  - 造成ATE估计偏差的原因包含造成ATT和ATE估计偏差的原因

- 造成“朴素”估计量估计处置效应产生偏差的原因：
  - 接受处置与否并非随机，即是否接受处置与潜在结果是相关的
  - 产生偏差的原因是接受处置与否是个体自我选择的后果，我们称之为选择偏差

第四节

计算平均处置效应实例

5.4：计算平均处置效应实例

个体***i***	潜在结果		处置效应	处置状态	观测结果
	如果处置	如果未处置			
i	$Y_i(1)$	$Y_i(0)$	$Y_i(1) - Y_i\ (0)$	D_i	Y_i
1	5	$\underline{2}$	3	1	5
2	7	$\underline{3}$	4	1	7
3	4	$\underline{1}$	3	1	4
4	$\underline{3}$	2	1	0	2
5	$\underline{8}$	3	5	0	3

表5.4 计算ATE、ATT、ATU的数据例子

- 阴影部分为观测结果，有下划线的部分为无法观测到的反事实结果

5.4：计算平均处置效应实例

平均潜在结果 如果处置	平均潜在结果 如果未处置	处置情况	平均观测结果
$T1=E[Y_i(1)\mid D_i=1]$ $=5.3$	$T0=E[Y_i(0)\mid D_i=1]$ $=2$ (反事实结果)	$D_i=1$ (处置组)	$T1=E[Y_i\mid D_i=1]$ $=E[Y_i(1)\mid D_i=1]$ $=5.3$
$C1=E[Y_i(1)\mid D_i=0]$ $=5.5$ (反事实结果)	$C0=E[Y_i(0)\mid D_i=0]$ $=2.5$	$D_i=0$ (控制组)	$C0=E[Y_i\mid D_i=1]$ $=E[Y_i(0)\mid D_i=0]$ $=2.5$

表5. 5 表5. 4的数据总结

5.4：计算平均处置效应实例

- 若知道所有个体的潜在结果，就可以得到准确的平均处置效应
- ATT(接受处置个体的平均处置效应) $= T1 - T0 = 3.3$
- ATU (未接受处置个体的平均处置效应) $= C1 - C0 = 3$
- ATE(总体平均处置效应)$= \omega \times ATT + (1-\omega) \times ATU$

$$= 3.18$$

5.4：计算平均处置效应实例

- 但在实际情况中，无法观测到反事实结果。
- “朴素”估计量$= T1 - C0 = 2.8$
- ATT估计误差 $= T0 - C0 = -0.5$
- ATU估计误差 $= T1 - C1 = -0.2$
- ATE估计误差 $= \omega \times (T0 - C0) + (1-\omega) \times (T1 - C1)$

  $= -0.38$
- 产生偏差的原因是处置组与控制组里个体的潜在结果不同