

2019 秋季本科时间序列

## 第 8 次作业

提交日期：12 月 19 日

1. 本题将利用 China Macroeconomic Time Series 数据集 (<https://www.frbatlanta.org/cqer/research/china-macroeconomy.aspx?panel=1>) 进行分析, 所需数据已集中保存在 `ts19-hw8-data.xlsx` 数据文件。你可以使用 R 或者 Python 完成相应分析。

- (a) 假设经济总产出由如下加总生产函数确定:

$$Y_t = f(K_t, L_t; A_t) = A_t K_t^\alpha L_t^\beta, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0,$$

其中  $A_t$  表示全要素生产率,  $K_t$  表示资本存量,  $L_t$  表示劳动 (时间) 投入。请说明  $\alpha$  和  $\beta$  可以为产出关于资本和劳动的弹性系数。

- (b) 将生产函数取对数并在两端取 1-阶差分可得

$$\Delta \log Y_t = \alpha \Delta \log K_t + \beta \Delta \log L_t + \Delta \log A_t,$$

由此可设定回归模型

$$\Delta \log Y_t = \alpha \Delta \log K_t + \beta \Delta \log L_t + e_t.$$

利用所给数据文件, 选取恰当变量, 对上式进行 OLS 估计。请详细汇报估计值  $\hat{\alpha}$  与  $\hat{\beta}$  的普通标准误及稳健标准误, 以及回归的  $R^2$  和调整  $R^2$ 。请在两种标准误下, 对  $H_0: \alpha = 0.5$  及  $H_0: \beta = 0.5$  进行  $t$ -检验, 报告检验的显著性水平, 并请给出检验结果的  $p$ -值。

- (c) 当生产函数满足  $f(\gamma K_t, \gamma L_t; A_t) = \gamma f(K_t, L_t; A_t)$  对任意  $\gamma > 0$  成立时, 称其满足规模报酬不变 (constant return to scale) 性质; 若  $f(\gamma K_t, \gamma L_t; A_t) < \gamma f(K_t, L_t; A_t)$ ,  $\forall \gamma > 1$ , 则称其满足规模报酬递增 (increasing return to scale) 性质; 若相反, 则称其满足规模报酬递减 (decreasing return to scale) 性质。

请推导规模报酬不变条件下,  $\alpha$  与  $\beta$  所应满足性质。利用 (b) 中回归所得  $[\hat{\alpha}, \hat{\beta}]'$  的协方差矩阵, 构造恰当的检验统计量, 检验规模报酬不变这一原假设。注意, 请在同方差和异方差两种假设下进行检验, 并对比检验的显著性水平和  $p$ -值。

- (d) 请绘制  $\Delta \log Y_t, \Delta \log K_t, \Delta \log L_t$  的时间序列图, 并直观讨论其平稳性。做为对比, 请绘制  $\log Y_t, \log K_t, \log L_t$  的时间序列图, 并对比讨论其平稳性。

- (e) 生产函数对数值对应的回归方程为

$$\log Y_t = \alpha \log K_t + \beta \log L_t + \eta_t.$$

请对上式进行 OLS 回归, 并重复上述 (b)-(c) 两问的分析。对比使用水平值和差分值的回归结果, 并说明你认为哪组回归结果更具合理性。

- (f) 你认为上述两组回归估计存在内生性偏误吗？你能列举一些具体的内生性可能来源吗？
- (g) 宏观经济学中通常假设加总生产函数呈现规模报酬不变性质（尽管上述检验可能不支持这一假设），此时生产函数可写为  $Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$ ，其中  $\alpha$  又称为产出的资本收入份额（请查询教科书或者 Wikipedia 了解该名称的来源）。请设计一个回归方程来估计  $\alpha$ ，请尽可能的利用产出、资本与劳动力的数据，并考虑回归估计所需满足的数据特征前提。相应的，请检验  $H_0: \alpha = 0.5$ ，并同时考虑普通及稳健标准误。
- (h) 利用上述估计值  $\hat{\alpha}$ （有若干估计值时，请选择你认为最恰当的），计算 Solow 残差亦即全要素生产率估计值的对数值：

$$\log A_t = \log Y_t - \hat{\alpha} \log K_t - (1 - \hat{\alpha}) \log L_t.$$

请绘制  $\log A_t$  的时间序列图，并计算  $\log A_t$  的样本均值、方差，并绘制自协方差函数  $\sigma_A^2(k)$  的图像（R 或 Python 中有直接的命令绘制给定时间序列的 ACF）。

- (i) 假设  $\log A_t$  满足 AR(1) 过程：

$$\log A_t = \mu + \rho \log A_{t-1} + \varepsilon_t.$$

请利用上问计算的  $\log A_t$  序列，估计这一 AR(1) 模型，并报告估计系数的普通和稳健标准误。结合  $\mu$  与  $\rho$  的估计值，计算该模型设定下  $\log A_t$  理论期望值。你认为上述模型设定和估计合理吗？

- (j) 考虑带有线性时间趋势的模型设定

$$\log A_t = \mu + \kappa t + \rho \log A_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

请估计上述模型，并报告各系数估计值的普通与稳健标准误。模型中的 3 个系数都显著异于 0 吗？

- (k) 上问中的回归方程，两端取差分，可以得到

$$\Delta \log A_t = \kappa + \rho \Delta \log A_{t-1} + \Delta \varepsilon_t.$$

请估计该回归方程，并将估计结果与 (j) 做比较。你认为哪组  $\kappa$  与  $\rho$  的估计结果更可靠？

- (l) 根据上问中的估计结果，计算  $\mathbb{E} \Delta \log A_t$ ，并根据  $\log A_t - \log A_{t-1} = \log(A_t/A_{t-1})$  以及  $\log(1 + \epsilon) \approx \epsilon$ ，说明  $\mathbb{E} \Delta \log A_t$  近似等于全要素生产率增速的平均值。
- (m) 假设  $\Delta \log A_t$  满足自回归过程，请使用 AIC 及 BIC 分别计算确定该自回归过程的滞后阶数  $p$ 。参考该结果，你认为 (k) 中考虑的 AR(1) 模型足以捕捉  $\Delta \log A_t$  的动态特征码？