

2019 秋季本科时间序列

第 3 次作业

提交日期：10 月 24 日

1. 令 $U \sim \mathcal{U}([- \pi, \pi])$, $X_t = \cos(\pi t + U)$, $t \in \mathbb{Z}$ 。请计算 $\sigma_k^2 = \text{cov}(X_{t+k}, X_t)$, 并说明其周期性。
2. 令 $X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, $t \geq 1$, $|\rho| < 1$ 。
 - (a) 假设 $X_0 = 0$, 请确定 X_t 的分布 $F_t(x)$, $t \geq 1$ 。
 - (b) 上问中的分布函数 $F_t(x)$ 是否收敛? 若收敛, 其极限分布 $F(x)$ 为何?
 - (c) 若 $X_0 \sim$ 上述极限分布, 请说明 X_t 的分布均为该极限分布, $t \geq 1$, 即该分布为 $\{X_t\}$ 的平稳分布。