

2024 秋季本科时间序列

第 6 次作业

提交日期：11 月 18 日

1. 考虑如下 3 变量 VAR(1) 过程：

$$\mathbf{X}_t = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.4 & -0.2 & 1 \\ 0.1 & 0.7 & 1 \\ 0 & 0 & 0.8 \end{bmatrix}}_{\mathbf{\Phi}} \mathbf{X}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t.$$

其中 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 为向量白噪声。

- 按照课件所示，写出算子多项式矩阵 $\mathbf{A}(\mathcal{L})$ 。
- 请计算 $\det \mathbf{A}(\mathcal{L})$ 以及伴随矩阵 $\mathbf{A}^*(\mathcal{L})$ ，从而利用 Cramer 法则，写出 $\mathbf{A}^{-1}(\mathcal{L})$ 的分式表达式。
- 请计算多项式 $P(z) = \det \mathbf{A}(z)$ 的表达式，并计算其零点 $z_i, i = 1, 2, 3$ ，进而说明 \mathbf{X}_t 的平稳性。
- 请直接计算 $\mathbf{\Phi}$ 的特征值 $\lambda_i, i = 1, 2, 3$ ，并说明 $\{\lambda_i\}$ 与 $\{z_i\}$ 间的关系。