

2023 秋季本科时间序列

第 8 次作业

提交日期: 11 月 27 日

1. 给定 3 阶若当标准型的若当块

$$J = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix},$$

请求解 J^n 的通项公式, 对任意 $n \geq 1$ 。

2. 对 2 元 VAR(1) 过程

$$\mathbf{X}_t = \Phi \mathbf{X}_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}.$$

定义算子多项式矩阵 $\mathbf{A}(\mathcal{L}) = \mathbf{I} - \Phi \mathcal{L}$, 以及相应复变元多项式矩阵 $\mathbf{A}(z)$, $z \in \mathbf{C}$ 。请计算 $\det \mathbf{A}(z)$ 的零点取值, 进而用 Cramer 法则计算 $\mathbf{A}^{-1}(z)$, 并推导其级数展开表达式。