

2020 秋季本科时间序列

第 9 次作业

提交日期：12 月 24 日

1. 考虑 2 元 VAR(2) 过程：

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \mathbf{X}_{t-1} + \begin{bmatrix} d & e \\ 0 & f \end{bmatrix} \mathbf{X}_{t-2} + \boldsymbol{\varepsilon}_t,$$

其中 $a, \dots, f \in \mathbb{R}$ 不全为 0。

- (a) 请说明 \mathbf{X}_t 的平稳性与 b, e 取值无关。
- (b) 请讨论 \mathbf{X}_t 两个分量 X_{1t}, X_{2t} 的 Granger 因果性关系。
- (c) 请按照课件 11 p.15 的方式将上述 2 元 VAR(2) 过程写成 VAR(1) 过程形式 $\mathbf{Y}_t = \boldsymbol{\Psi} \mathbf{Y}_{t-1} + \mathbf{e}_t$ 。给定 $a = 1.4, b = 1, c = 1.5, d = -0.45, e = -1, f = -0.56$ ，请计算 $\boldsymbol{\Psi}$ 的特征值及其特征值分解 $\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{C} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{C}^{-1}$ （特征值分解可以用 R 等程序计算），进而计算 \mathbf{Y}_t 和 \mathbf{X}_t 的 MA(∞) 展开

$$\mathbf{Y}_t = \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{A}_j \mathbf{e}_{t-j}, \quad \mathbf{X}_t = \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{B}_j \boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}$$

中系数矩阵 $\mathbf{A}_j, \mathbf{B}_j$ 通项表达式。

2. 继续考虑作业 8 中的 3 元 VAR 模型。

- (a) 请在 $p = 1, 2, 4$ 之下，计算默认变量排序下预测方差分解的结果。注意，请汇报 $j = 4, 8, 12, 36$ 期的预测方差分解。
- (b) 请在 $p = 1$ 之下，对 3 个变量相互间的 Granger 因果关系进行检验，报告 F 检验的统计量及其显著性水平。
- (c) 请查找 2000 年至 2018 年的中央政府 GDP 增速年度目标值。将该年度 GDP 增速换算为季度增速目标值 \bar{y}_t ，并将基准 VAR 中变量 $y_t = \Delta \log GDP_t$ 替换为 $\tilde{y}_t = y_t - \bar{y}_t$ ，重新估计 $p = 1$ 时的 VAR 模型。汇报此时的脉冲响应和方差分解结果，并与使用 y_t 变量的基准 VAR 脉冲响应与方差分解结果做对比。