

2020 秋季本科时间序列

第 8 次作业

提交日期：12 月 17 日

1. 考虑 2×2 矩阵

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

(a) 考虑 2×2 下三角阵

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}.$$

请确定实数 a 的取值，使得

$$AMA^T = D = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix},$$

并确定实数 b, c 的取值。

(b) 请进一步计算 M 的 Cholesky 分解 $M = PP^T$ ，其中 P 为下三角阵。

(c) 请计算 M 的特征值 λ_1, λ_2 。对角阵 $\text{diag}(\lambda_1, \lambda_2)$ 是否等于 D ？

2. 考虑如下 3 变量 VAR 模型：

$$\begin{aligned} X_t &= [\Delta \log GDP_t, \Delta \log CPI_t, \Delta \log M2_t]^T, \\ X_t &= c + \Phi_1 X_{t-1} + \cdots + \Phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t. \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\Delta = 1 - \mathcal{L}$ 表示差分算子，即相应变量前后两期的差值；故 $\Delta \log GDP_t$ 表示 GDP 对数值两期的差值，相应的 $\Delta \log CPI_t$ 表示 CPI 指数对数值两期的差， $\Delta \log M2_t$ 表示货币总量 M2 对数值两期的差值。由近似公式 $\log(1 + \epsilon) \approx \epsilon$ 可知这 3 个变量分别代表 GDP 增速、通胀率及货币增速。注意，以下分析涉及的数据及文档资料均在 VAR_M2.zip 压缩包。

(a) 从 CMTS_Q.xlsx 中找到季度变量 logrealGDP_va、CPI 及 logM2，选取样本期为 1999Q4–2018Q4。变量及数据表中时期说明请见 CMTS_readme_201908.pdf。请将样本数据表读入到 R 中，并绘制各个变量及其差分的时间序列图。你认为 3 个变量的差分序列具备平稳性吗？

(b) 利用 R 中的 vars 宏包的 VAR 函数，对 $p = 1, 2, 4$ 三种设定估计相应的 VAR 模型 (1)，并特别说明第 3 个方程 $\Delta \log M2_t$ 关于 $\Delta \log CPI_{t-1}$ 与 $\Delta \log GDP_{t-1}$ 两项的估计系数。你可以首先阅读介绍文档 vars_intro.pdf 及宏包说明文档 vars_manual.pdf，同时上网搜索该宏包的使用教程。注意，你需要正确设定 VAR 的类型参数 type。

- (c) 基于差分变量 2000Q1–2018Q4 的样本，利用 `VARselect` 函数，计算 AIC 准则下模型 (1) 应该使用的阶数 p 。结合 (b)，你认为就上述模型和样本而言，合适的 p 是多少？
- (d) 利用 `irf` 函数，计算并绘制 (b) 中 3 种估计结果对应的脉冲响应函数。注意 `irf` 的默认选项就是通过 Cholesky 分解计算正交化后的脉冲响应。
- (e) 在当前变量排序下， $\Delta \log M2_t$ 对应的冲击项 $\varepsilon_{M2,t}$ ——准确说是其 Cholesky 分解后正交化的冲击项 $u_{M2,t}$ ——具有货币政策冲击（改变货币增速）的涵义。请通过 (d) 中所得脉冲响应，解释货币政策冲击如何影响通胀和产出的变化。