武汉大学本科金融工程专业2022春季学期公司金融

第 3 次作业参考答案

1. 给定一个企业期末产生的自由现金流为常数C,只有管理层知道C的大小,外部投资人无法核实。管理层知晓企业现金流C之后,首先选择外部投资人无法观察到的在职消费P,剩余现金流$V = C - P$是企业通过财务报表等途径让外部投资人观察到的待分配现金流,也代表了企业的市场价值。注意在职消费P不能超过C。管理层可以从V中再获取一部分现金流报酬V_I ,剩余部分$V - V_I$为企业外部投资人所得到的现金流。管理层的效用与其所获得的现金流份额V_I以及在职消费P有关,效用函数为:$U(V_I, P) = V_I + 2\lambda\sqrt{P}$,其中$\lambda > 0$为一个效用参数,取值满足$\lambda < \sqrt{C}$。

a. 首先考虑完全权益融资的情形。管理层所持有的内部股份比例记为$\alpha \in [0,1]$,外部股份比例为$1 - \alpha$。持股比例决定了期末所得待分配现金流的比例。给定α,写出管理层的效用最大化问题并求解。注意,P的最优解需要满足小于等于C的限制。请讨论α的变动如何影响管理层对P的选择,以及如何影响企业市场价值。让企业市场价值最大化的α^*是多少?

解:$V_I = \alpha V = \alpha(C - P)$

故$U(V_I, P) = V_I + 2\lambda\sqrt{P} = \alpha(C - P) + 2\lambda\sqrt{P}$,

最大化管理层效用即$maxU(V_I, P)$,则由U对P求导得:

$$\frac{\partial U}{\partial P} = -\alpha + \frac{\lambda}{\sqrt{P}}$$

令$\frac{\partial U}{\partial P} = 0,\textit{则有}$

$$P = \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2$$

若$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 > C$则选择 C 作为在职消费,若$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 < C$则选择$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2$作为在职消费

P 为关于α的递减函数,故α越高管理层会选择越低的 P,直观来看,管理层越独立于公司价值则会选择越多的在职消费。

此时企业价值$V = C - P = C - \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2$随着$\alpha$的增大而增大,

故当$\alpha^* = 1$时企业价值最大为$V_{max} = C - \lambda^2$

b. 在 a 的基础上,进一步考虑管理层的外部股权融资问题。请计算给定α时,管理层最优在职消费选择下所获得的效用$\widehat{U}(\alpha)$,并求解效用最大化对应的α^{**} 。提示:先将 a 中P的最优解写为α的函数$\hat{P}(\alpha)$,再分析$\widehat{U}(\alpha)$的性质。

解:由 a,给定α时管理层会选择$P = \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2$或$C$的在职消费,

即

$$\hat{P}(\alpha)=\begin{cases} C,\alpha<\dfrac{\lambda}{\sqrt{C}} \\ \left(\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)^2,\alpha\geq\dfrac{\lambda}{\sqrt{C}} \end{cases}$$

此时所获得效用为

$$\widehat{U}(\alpha)=\begin{cases} 2\lambda\sqrt{C},\alpha<\dfrac{\lambda}{\sqrt{C}} \\ C\alpha+\dfrac{\lambda^2}{\alpha},\alpha\geq\dfrac{\lambda}{\sqrt{C}} \end{cases}$$

此时效用最大化

$$max\{\widehat{U}(\alpha)\}=max\begin{cases} 2\lambda\sqrt{C},\alpha<\dfrac{\lambda}{\sqrt{C}} \\ C\alpha+\dfrac{\lambda^2}{\alpha},\alpha\geq\dfrac{\lambda}{\sqrt{C}} \end{cases}$$

考虑单调性:$\widehat{U}(\alpha)$右半部分导数$\frac{\mathrm{d}\widehat{\mathrm{U}(\alpha)}}{\mathrm{d}\alpha}=\mathrm{C}-\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2\geq 0$,故$\alpha^{**}=1$时效用最大化,为$C+\lambda^2$。

c. 现在考虑债务融资的情形。经理人持股比例为$\alpha\in[0,1]$；企业债务偿付值为$D>0$,满足$D\leq V=C-P$,否则企业债务违约；剩余现金流分配给股东。等价的,给定D,在职消费P的取值不能超过$C-D$。写出此时的经理人最优化问题并求解。讨论此时最优的P和企业市场价值V的大小,并讨论债务融资D可能起到做的作用,并计算最大化企业市场价值的债务融资额D^*。

解:此时$V_I=\alpha V=\alpha(C-P-D)$

故此时效用函数$U(V_I,P)=V_I+2\lambda\sqrt{P}=\alpha(C-D-P)+2\lambda\sqrt{P}=U(P,D)$,若给定$D$,则最大化效用函数即$maxU(P)$,则由$U$对$P$求导得:

$$\frac{\partial U}{\partial P}=-\alpha+\frac{\lambda}{\sqrt{P}}$$

令$\frac{\partial U}{\partial P}=0$,则有

$$P=\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2$$

若$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2>C-D$则选择 $\mathrm{C}-\mathrm{D}$ 作为在职消费,若$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2\leq C-D$则选择$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2$作为在职消费,

$$P(\alpha)=\begin{cases} C-D,\left(\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)^2>C-D \\ \left(\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)^2,\left(\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)^2\leq C-D \end{cases}$$

企业价值函数为:

$$V=\begin{cases} D,\left(\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)^2>C-D \\ C-\left(\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)^2,\left(\dfrac{\lambda}{\alpha}\right)^2\leq C-D \end{cases}$$

➢ 若$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 \leq C-D$

此时企业价值$V=C-P=C-\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2$随着$\alpha$的增大而增大,

故当$\alpha^*=1$时企业价值最大为$V_{max}=C-\lambda^2$,此时债务融资不对企业价值产生影响。

➢ 若$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 > C-D$

企业市场价值$V=D=C-P$,则企业市场价值最大化应使得$D=C$,则债务融资会限制管理层的在职消费。

综上,$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 > C-D$时企业价值最大化应使得$D^*=C$,$\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 \leq C-D$时$D$对企业价值不产生影响,但$\alpha^*=1$ 时企业价值最大化。

d. 在 c 的基础上计算管理层的效用$\widehat{U}(D)$,并求解效用最大化时的D^{**}。

解:由 c,

- 若$C-\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 \leq 0$

  此时,

$$\hat{P}(\alpha)=C-D$$

  则,

$$\widehat{U}(D)=2\lambda\sqrt{C-D}$$

  此时最值条件为,

$$D^{**}=0$$
$$\widehat{U}(D)^{max}=2\lambda\sqrt{C-D}$$

- 若$C-\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 > 0$

$$\hat{P}(\alpha)=\begin{cases} C-D, \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 > C-D \\ \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2, \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 \leq C-D \end{cases}$$

此时所获得效用为

$$\widehat{U}(D)=\begin{cases} 2\lambda\sqrt{C-D}, \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 > C-D \\ \alpha(C-D)+\frac{\lambda^2}{\alpha}, \left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2 \leq C-D \end{cases}$$

此时$\widehat{U}(D)$两段关于D递减,故此时效用最大化的$D^{**}=0$

注:在点$D=C-\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2$处效用函数连续,故可得出整体的效用函数递减

e. 【附加题,总计 5 分】若创始人初始财富为W,但企业所需的投资$I>W$且$I<C$,故创始人需要寻求外部融资。假设外部权益投资者与债权投资者所需要的收益率均为 0,即投入￥1 所需的回报为￥1。创始人在获得外部融资后留任管理层。请分析创始人不同的外

部融资策略α与D对其留任后在职消费的影响,进而确定对其效用的影响。若要最大化企业市场价值,则最优的α^0与D^0是多少？若创始人最大化其效用,则最优的α^1与D^1是多少？

解:由题意知,若 α 仍为经理人持股比例则$\alpha=\frac{W}{I-D}\in\left[\frac{W}{I},1\right]$

- 若$C-\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2\leq 0$,即$0<C\leq\frac{\lambda(I-D)}{W}$

  此时创始人消费一定为$C-D$

  则,

$$\hat{V}(D)=D$$

$$\widehat{U}(D)=2\lambda\sqrt{C-D}$$

  此时最值条件为,

$$D^0=I-W,\alpha^0=1$$

$$D^1=0,\alpha^1=\frac{W}{I}$$

- 若$C-\left(\frac{\lambda}{\alpha}\right)^2>0$,即$C>\frac{\lambda(I-D)}{W}$,,此时

$$\hat{P}(D)=\begin{cases}C-D,\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2>C-D\\ \left[\frac{\lambda(I-D)}{W}\right]^2,\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2\leq C-D\end{cases}$$

此时再考虑$\left(\frac{\lambda I}{W}\right)^2$与 C 的大小关系(考虑$\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2=C-D$的零点)

- $\left(\frac{\lambda I}{W}\right)^2\leq C$

  函数$\hat{P}(D),\hat{V}(D)$及$\widehat{U}(D)$由点$\widetilde{D}$分为两部分$\left(\frac{\lambda(I-\widetilde{D})}{W}\right)^2=C-\widetilde{D}$

$$\hat{P}(D)=\begin{cases}C-D,\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2>C-D\\ \left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2,\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2\leq C-D\end{cases}$$

$$\hat{V}(D)=\begin{cases}D,\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2>C-D\\ C-\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2,\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2\leq C-D\end{cases}$$

$$\widehat{U}(D)=\begin{cases}2\lambda\sqrt{C-D},\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2>C-D\\ \frac{W(C-D)}{I-D}+\frac{\lambda(I-D)}{W},\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2\leq C-D\end{cases}$$

显然若要最大化企业市场价值应最大化债务额,即

$$D^0 = I - W, \alpha^0 = 1$$

而最大化创始人效用通过分析效用函数得

- 左段函数

$$\widehat{U}(D)^{left} = \frac{W(C-D)}{I-D} + \frac{\lambda(I-D)}{W}$$

一阶条件:

$$\frac{d\widehat{U}(D)^{left}}{dD} = 0$$

$$D = I - \frac{W\sqrt{W(C-I)}}{\lambda} < I$$

且二阶导数递增,故该段函数只能在两端取最值,即$D = 0$或$D = \widetilde{D}$

$$U(0) = 2\lambda\sqrt{C}$$

$$\widehat{U}\left(\widetilde{D}\right)^{left} = \widehat{U}\left(\widetilde{D}\right)^{right} = 2\lambda\sqrt{C-\widetilde{D}} < U(0)$$

故左端在$D^1 = 0$处取最大值。

- 右段函数

$$\widehat{U}(D)^{right} = 2\lambda\sqrt{C-D}$$

关于D递减故在$\widetilde{D}$处取最大值

故此时最大化创始人效用的

$$D^1 = 0, \alpha^1 = \frac{W}{I}$$

- $\left(\frac{\lambda I}{W}\right)^2 > C$

此时函数$\hat{P}(D), \hat{V}(D)$及$\widehat{U}(D)$由点$\widetilde{D}$=$\{\widetilde{D}_1, \widetilde{D}_2\}$分为三部分$\left(\frac{\lambda(I-\widetilde{D})}{W}\right)^2 = C - \widetilde{D}$

其中第一、三段函数$\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2 > C - D$,第二段函数$\left(\frac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2 \le C - D$

$$\hat{P}(D) = \begin{cases} C - D, \left(\dfrac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2 > C - D \\ \left(\dfrac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2, \left(\dfrac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2 \le C - D \end{cases}$$

$$\hat{V}(D) = \begin{cases} D, \left(\dfrac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2 > C - D \\ C - \left(\dfrac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2, \left(\dfrac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2 \le C - D \end{cases}$$

$$
\widehat{U}(D)=\begin{cases} 2\lambda\sqrt{C-D}, \left(\dfrac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2 > C-D \\ \dfrac{W(C-D)}{I-D}+\dfrac{\lambda(I-D)}{W}, \left(\dfrac{\lambda(I-D)}{W}\right)^2 \leq C-D \end{cases}
$$

同理若要最大化企业市场价值应最大化债务额,即

$$D^0=I-W, \alpha^0=1$$

而最大化创始人效用通过分析三段效用函数得

- 第一、三段函数

  效用函数

$$\widehat{U}(D)=2\lambda\sqrt{C-D}$$

  关于D递减,故分别在$D=0$及$D=\widetilde{D}_2$处取最大值

- 第二段函数

  效用函数

$$\widehat{U}(D)=\frac{W(C-D)}{I-D}+\frac{\lambda(I-D)}{W}$$

  同理只能可能在两端取最大值,且两端值分别为:

$$\widehat{U}(\widetilde{D}_1)^{left}=\widehat{U}(\widetilde{D}_1)^{right}=2\lambda\sqrt{C-\widetilde{D}_1}<U(0)$$

$$\widehat{U}(\widetilde{D}_2)^{left}=\widehat{U}(\widetilde{D}_2)^{right}=2\lambda\sqrt{C-\widetilde{D}_2}<U(0)$$

故此时最大化创始人效用的

$$D^1=0, \alpha^1=\frac{W}{I}$$

综上,最大化企业价值及创始人效用的D,α分别为

$$D^0=I-W, \alpha^0=1$$

$$D^1=0, \alpha^1=\frac{W}{I}$$

2. 本题考虑债务积压问题。假设一个企业在$t=2$时可以投资$I>0$,随后在$t=3$时取得一个不确定的现金流X,同时需要偿付面值为D的债务。然而,投资者在$t=1$时即可知晓未来现金流 X 的大小,因此$t=2$时的投资决策依赖于X与$I+D$大小的比较:若$X<I+D$,则股东回报为0,故不会选择投资;若$X\geq I+D$,则股东回报非负,故会选择投资。此外,若$t=2$时不投资,则企业在$t=3$时现金流为0,债权人回报亦为0。注意,模型中折现率默认假设为0,故不同期的现金流可以直接比较。假设X服从$[0,\infty)$的指数分布,密度函数为$\lambda e^{-\lambda x},\lambda>0$。

a. 请计算Y的期望,并写出计算步骤。你可能需要回顾概率论和微积分相关内容。

$$EX=\int_0^\infty x\lambda e^{-\lambda x}dx$$

$$=-\int_0^\infty xd\left(e^{-\lambda x}\right)$$

$$= -\left(xe^{-\lambda x} + \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\right)\Big|_0^\infty$$

$$= \frac{1}{\lambda}$$

b. 请计算投资项目在$t = 0$时的期望价值（净现值）V,并计算V关于债务面值D的单调性。注意,由X的随机性,这个价值可以表示为一个积分,你需要确定积分的被积函数、上下限等。

$$V = \int_{I+D\le X} x\lambda e^{-\lambda x}dx + \int_{I+D>X} 0dx - I$$

$$= \int_{I+D}^{\infty} x\lambda e^{-\lambda x}dx - I$$

$$= -(x+1)e^{-\lambda x}\Big|_{I+D}^{\infty} - I$$

$$= (I + D + 1)e^{-\lambda(I+D)} - I$$

c. 请计算债权人在$t = 0$时其债权的期望价值V_D,并确定V_D关于面值D的单调性。是否存在最大化V_D的债务面值D^*？若存在,请求解D^*。

$$V_D = \int_{I+D\le X} \lambda e^{-\lambda x}dx + \int_{I+D>X} 0dx$$

$$= -e^{-\lambda x}\Big|_{I+D}^{\infty} \times D$$

$$= e^{-\lambda(I+D)} \times D$$

V_D对D求导并置零

$$\frac{dV_D}{D} = e^{-\lambda(I+D)} + D \times (-\lambda) \times e^{-\lambda(I+D)} = 0$$

解得$D^* = \dfrac{1}{\lambda}$

d. 请计算股东在$t = 0$时的权益价值V_E,即$V_E = V - V_D$ 。若股东希望最大化V_E ,则应当选择的债务融资面值E^{**}等于多少？

$$V_E = V - V_D$$

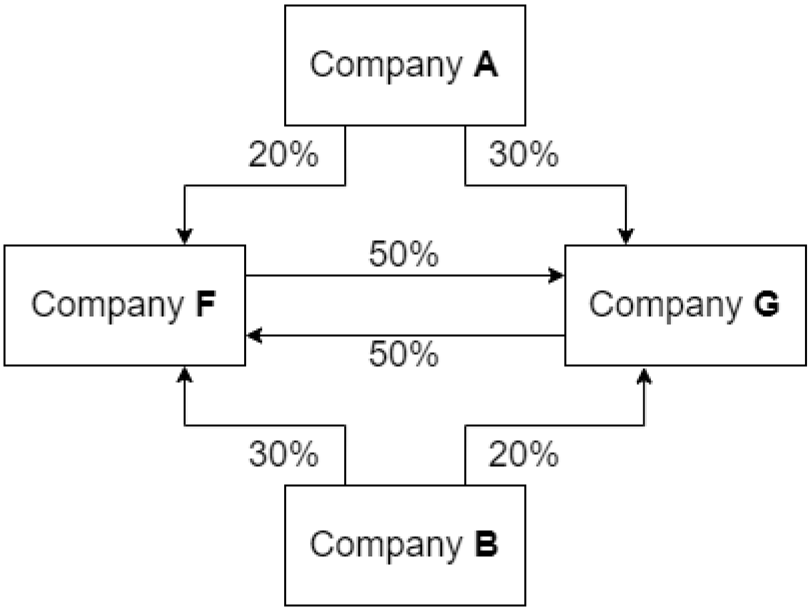
$$= (I + D + 1)e^{-\lambda(I+D)} - I - e^{-\lambda(I+D)} \times D$$

$$= (I + 1)e^{-\lambda(I+D)} - I$$

该式关于 D 递减, 故当$D^{**} = 0$ 时最大

3. 假设股东A持有公司F和G的股份分别为 20%与 30%,而股东B持有公司F和G的股份分别为 30%和 20%,同时F持有G的股份为 50%,G持有F的股份为 50%。

a. 请画出A, B, F, G的持股关系图。



b. F持股G,而同时G又持股F,因此F,G之间存在循环持股。此时A对G的最终持股比例为对G的直接持股与通过F对G间接持股之和；其他最终持股类似。令ϕ_{AF}与ϕ_{AG}为A对F,G的最终持股比例,请写出ϕ_{AF} 与ϕ_{AG}所满足的 2 元线性方程组,并求解其数值。

解:由持股关系可得如下方程组:

$$\begin{cases}\phi_{AF} = 20\% + \phi_{AG} \times 50\% \\ \phi_{AG} = 30\% + \phi_{AF} \times 50\%\end{cases}$$

故可求得:

$$\begin{cases}\phi_{AF} = 46.667\% \\ \phi_{AG} = 53.333\%\end{cases}$$

c. 请求解ϕ_{BF},ϕ_{BG}的数值。

解:同理由持股关系可得如下方程组:

$$\begin{cases}\phi_{BF} = 30\% + \phi_{BG} \times 50\% \\ \phi_{BG} = 20\% + \phi_{BF} \times 50\%\end{cases}$$

故可求得:

$$\begin{cases}\phi_{BF} = 53.333\% \\ \phi_{BG} = 46.667\%\end{cases}$$

d. 若F和G自有非股权资产分别为 100 与 200 亿,请确定F,G包含股权资产在内各自的总价值。

解:设F,G总资产分别为A_F,A_G,则可得出如下方程:

$$\begin{cases}A_F = 100 + 0.5A_G \\ A_G = 200 + 0.5A_F\end{cases}$$

解得**:**

$$A_F = 266.667, A_G = 333.333$$

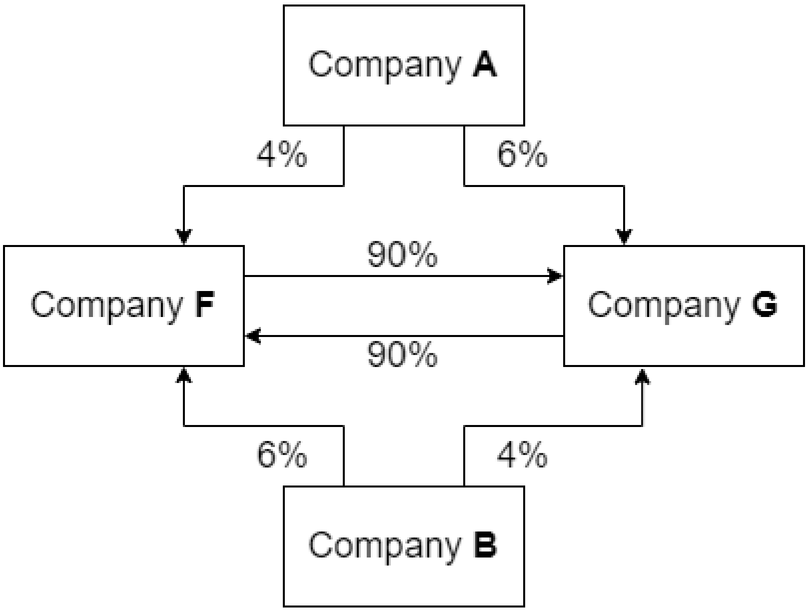
e. 请计算A,B各自对F,G持股的总价值。

解:

$$V_{AF} = \phi_{AF} \times A_F = 124.444$$
$$V_{AG} = \phi_{AG} \times A_G = 177.766$$
$$V_{BF} = \phi_{BF} \times A_F = 142.222$$
$$V_{BG} = \phi_{BG} \times A_G = 155.556$$

f. 若改变设定,假设F持有G的股份增加至 90%,G持有F的股份增加至 90%,而A, B对F, G的持股份额等比例缩小,且F和G自有非股权资产价值不变。请重复$a-e$的计算,并说明循环持股份额上升对公司总价值和投资者持股总价值的影响。

解:



同理可列出如下方程:

$$\begin{cases} \phi_{AF} = 4\% + \phi_{AG} \times 90\% \\ \phi_{AG} = 6\% + \phi_{AF} \times 90\% \\ \phi_{BF} = 6\% + \phi_{BG} \times 90\% \\ \phi_{BG} = 4\% + \phi_{BF} \times 90\% \\ A_F = 100 + 0.9A_G \\ A_G = 200 + 0.9A_F \\ V_{AF} = \phi_{AF} \times A_F \\ V_{AG} = \phi_{AG} \times A_G \\ V_{BF} = \phi_{BF} \times A_F \\ V_{BG} = \phi_{BG} \times A_G \end{cases}$$

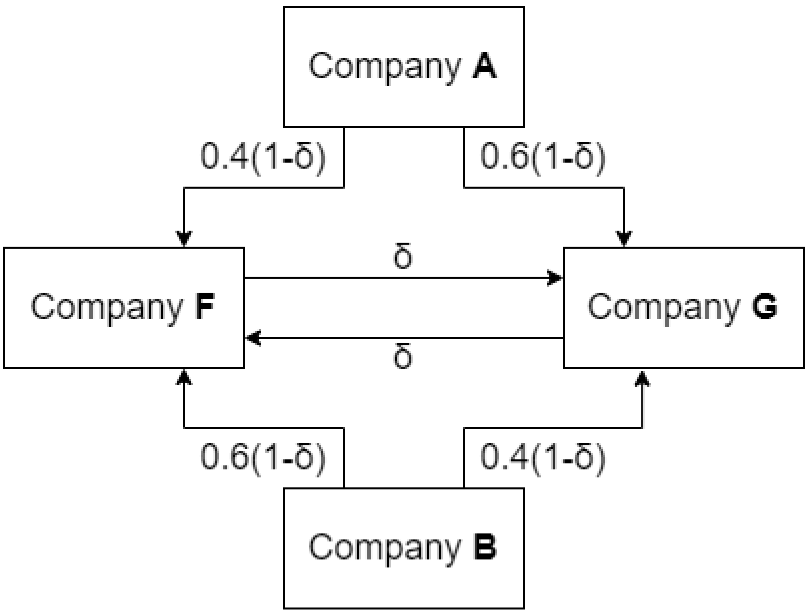
解得:

$$
\begin{cases}
\phi_{AF} = 49.474\% \\
\phi_{AG} = 50.526\% \\
\phi_{BF} = 50.526\% \\
\phi_{BG} = 49.474\% \\
A_F = 1473.684 \\
A_G = 1526.316 \\
V_{AF} = 729.0904 \\
V_{AG} = 771.186 \\
V_{BF} = 744.594 \\
V_{BG} = 755.1296
\end{cases}
$$

则对比相互持股 50%可以发现循环持股份额上升提高了相互持股的公司的总价值,然而公司实有资产并不高,故于投资者而言,由于"虚假资产"含量的提高,外部股东持有每股所含实际资产量相对低。

g. 若F, G相互持股比例趋近于 100%,请说明此时公司总价值和投资者持股总价值会呈现什么趋势?你认为应该禁止公司间循环持股吗?

解:



由下列方程(B 公司为 A 公司对偶问题,故这里只列出 A 公司方程)

$$
\begin{cases}
\phi_{AF} = 0.4 \times (1-\delta) + \phi_{AG} \times \delta \\
\phi_{AG} = 0.6 \times (1-\delta) + \phi_{AF} \times \delta \\
A_F = 100 + \delta \times A_G \\
A_G = 200 + \delta \times A_F \\
V_{AF} = \phi_{AF} \times A_F \\
V_{AG} = \phi_{AG} \times A_G
\end{cases}
$$

可导出如下式子

$$\begin{cases} \phi_{AF} = \dfrac{0.4 + 0.2\delta - 0.6\delta^2}{1 - \delta^2} \\ \phi_{AG} = \dfrac{0.6 - 0.2\delta - 0.4\delta^2}{1 - \delta^2} \\ A_F = \dfrac{100 + 200 \times \delta}{1 - \delta^2} \\ A_G = \dfrac{200 + 100 \times \delta}{1 - \delta^2} \\ V_{AF} = \dfrac{\text{低阶无穷小}}{(1 - \delta^2)^2} \\ V_{AG} = \dfrac{\text{低阶无穷小}}{(1 - \delta^2)^2} \end{cases}$$

则当$\delta \to 1$时

$$\phi_{AF} \to 0.6, \phi_{AG} \to 0.4, A_F \to \infty, A_G \to \infty, V_{AF} \to \infty, V_{AG} \to \infty$$

同理:

$$\phi_{BF} \to 0.4, \phi_{BG} \to 0.6, V_{BF} \to \infty, V_{BG} \to \infty$$

则可以得出结论:

当相互持股比例趋近无穷时,相互持股的公司价值趋近于无穷,故投资者持股总价值也趋于无穷,可以认为是股东用趋于 0 的股比放大了公司含量相对高的非股权资产(实有资产),由于这种放大均依赖"虚拟资产"的填充,故每股所含实有资产也趋于 0;同时由于股权即代表着在企业中的控制权,这种循环持股会造成关联企业之间控制权的混乱。故应该禁止公司间循环持股,循环持股通过向公司注入"泡沫"放大了每股的表面价值,从而损害了股东的利益。

4. 给定你有 12 天时间完成这份作业,请根据你个人实际情况,确定在这 12 天之内为完成这次作业所要在不同时点、不同状态(如各种随机状态)下进行的选择,绘制一棵决策树。在决策树基础上,请说明你的最优决策路径。

解:略