

第 3 次作业

提交日期：5 月 20 日

1. 假设有 N 个船东，每人有一艘船。每艘船出事沉没的概率为 0.1，此时船只回报为 0；每艘船顺利回港的概率为 0.9，此时船只回报为 10 万元。船只出事沉没的事件是相互独立的。不考虑任何税收。船东有两种经营选择，一种是个体经营，另一种是联合起来成立股份公司，每人占公司股份的 N 分之一。
 - a. 请计算两种经营方式下各个船东所获回报的期望与风险（标准差），并确定 $N \rightarrow \infty$ 时成立公司的收益与风险极限值。
 - b. 请讨论船东们是否应当成立股份公司。
 - c. 若任意两艘船只（随机）回报间的相关系数为 $0 < \rho < 1$ ，请问上述结论如何改变？特别的，计算此情形 $N \rightarrow \infty$ 时公司股东回报的期望与风险极限值。
2. 假设股东 A 持有公司 F 和 G 的股份分别为 40% 与 30%，而股东 B 持有公司 F 和 G 的股份分别为 20% 和 40%，同时 F 持有 G 的股份为 30%， G 持有 F 的股份为 40%。
 - a. 请画出 A, B, F, G 的持股关系图。
 - b. F 持股 G ，而同时 G 又持股 F ，因此 F, G 之间存在循环持股。此时 A 对 G 的最终持股比例为对 G 的直接持股与通过 F 对 G 间接持股之和；其他最终持股类似。令 ϕ_{AF} 与 ϕ_{AG} 为 A 对 F, G 的最终持股比例，请写出 ϕ_{AF} 与 ϕ_{AG} 所满足的 2 元线性方程组，并求解其数值。
 - c. 请求解 ϕ_{BF}, ϕ_{BG} 的数值。
 - d. 若 F 和 G 自有非股权资产分别为 100 与 200 亿，请确定 F, G 包含股权资产在内各自的总价值。
 - e. 请计算 A, B 各自对 F, G 持股的总价值。
3. 给定一个企业期末产生的自由现金流为常数 C ，只有经理人（企业家）知道 C 的大小，外部投资人无法核实。经理人知晓企业现金流 C 之后，首先选择外部投资人无法观察到的在职消费 P ，剩余现金流 $V = C - P$ 是企业通过财务报表等途径让外部投资人观察到的待分配现金流，也代表了企业的价值。经理人可以从 V 中再获取一部分现金流报酬 V_I ，剩余部分 $V - V_I$ 为企业外部投资人所得到的现金流。经理人的效用与其所获得的现金流份额 V_I 以及在职消费 P 有关，效用函数为：
$$U(V_I, P) = V_I + 2\lambda\sqrt{P}$$
，其中 $\lambda > 0$ 为一个效用参数。
 - a. 首先考虑全权益融资的情形。经理人所持有的内部股份比例记为 $\alpha \in [0, 1]$ ，外部股份比例为 $1 - \alpha$ 。持股比例决定了期末所得待分配现金流的比例。给定

- α ，写出经理人的效用最大化问题并求解。讨论 α 的变动如何影响经理人对 P 的选择，以及如何影响企业价值。让企业价值最大化的 α 是多少？
- b. 现在考虑债务融资的情形。经理人持股比例 $\alpha = 1$ ，即经理人同为公司股东；企业债务偿付值为 $V_B > 0$ ，需满足 $V_B \leq V = C - P$ ，否则企业债务违约；剩余待分配现金流为股利。写出此时的经理人最优化问题并求解。讨论此时 P 和 V 的大小，并与股权融资的情形进行比较。
4. 给定你有一周时间完成这份作业，请根据你个人实际情况，确定在这一周之内为完成这次作业所要在不同时点、不同状态（如各种随机状态）下进行的选择，绘制一棵决策树。在决策树基础上，请说明你的最优决策路径。