第五讲：

债券和股票估值

武汉大学本科金融学专业2019（秋）公司金融

授课人：刘岩

本讲内容

- 利率、债券估值
- 股票估值
- 资产收益率
- BDM 第 6、9 -11章， RWJ 第 8-11 章

债券的基本结构

- 债券是金融证券的一种，也称为固定收益证券(fixed income security)
- 债券的基本结构要素：
  1. 面值(par/face value)：一份债券的票面价值
  2. 息票利率(coupon rate)：每个利息周期的息票支付百分比
  3. 息票(coupon)：每次利息支付的数额，等于息票利率乘以面值
  4. 到期日(maturity)：债券发行时确定的存续期
- 提前约定，按期偿付
- 例如：20年期，面值100，息票率10%，按年付息

债券的价值

- 给定债券的基本结构信息，则其市场价值取决于市场要求的到期收益率(yield to maturity, yield)，即衡量债券现值的市场利率
- 给定债券的期限 T，息票利率 i，面值 F，则其现值为债券到期偿付面值的现值加上按期赔付的息票（现金流）现值之和：

$$P=\sum_{t=1}^{T}\frac{iF}{(1+r)^t}+\frac{F}{(1+r)^T}=A_r^T(iF)+\frac{F}{(1+r)^T}$$

其中 r 为到期收益率

折价债券和溢价债券

- 特殊情况：$i = r$

$$P = \frac{rF}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^T}\right) + \frac{F}{(1+r)^T} = F$$

此时债券价值为现值，称为平价债券

- 当 $i < r$ 时，$P = A_r^T(iF) + F(1+r)^{-T} < F$，此时债券价值低于面值，称为折价债券

- 当 $i > r$ 时，$P = A_r^T(iF) + F(1+r)^{-T} > F$，此时债券价值高于面值，称为溢价债券

到期收益率的计算

- 给定债券基本结构，债券价值（市场价格）与到期收益率存在一一对应关系
- 若债券的基本结构为 (F,i,T)，而其交易价格为 $P>0$，则到期收益率 r 需满足：

$$P=\frac{iF}{r}\left(1-\frac{1}{(1+r)^T}\right)+F(1+r)^{-T}$$

- 若 $i>0$，上式右端（RHS）关于关于 r 递减，且

$$\lim_{r\to 0}RHS=(iT+1)F,\qquad \lim_{r\to\infty}RHS=0$$

故由中值定理可说明存在唯一的到期收益率 r，不过其计算需要通过数值方法

两个注记

- 当 $i>0$ 时，前页 RHS 关于 r 的导数为

$$-\frac{i}{r}\frac{\overbrace{(1+r)^{T+1}-1-(1+T)r}^{>0}}{r(1+r)^{T+1}}-\frac{T}{(1+r)^{T+1}}<0$$

- 零息票债券：$i=0$，此时债券价格和到期收益率的关系直接满足

$$P=\frac{F}{(1+r)^T}\Leftrightarrow r=\left(\frac{F}{P}\right)^{1/T}-1$$

- 到期收益率实际上就是包含债券价格（初始投资）和债券偿付现金流这一投资项目的内部收益率

债券种类

政府债券(government bond)

- 政府债券是政府发行并还本付息的固定收益证券，如中央政府债（国债）、地方政府债（市政债）
- 国债是金融市场中最重要的金融资产之一
- 国债分为记账式国债、凭证式国债、储蓄国债，1-20年不等

企业债券(corporate bond)

- 企业债券又称为公司债券，是由企业发行还本付息的固定收益证券

债券市场

- 债券市场可以分为两种类型：场内市场和场外市场
- 场内市场即交易所市场(exchange market)，如上交所、深交所交易所负责组织、协调投资者（机构和个人）之间的交易行为，形式上投资者直接与交易所进行买卖交易，价格形成机制一般为**撮合竞价**
- 场外市场(over-the-counter market, OTC)是指投资者互相直接进行买卖交易，价格形成一般是**询价制**
  - 但真实情况下，OTC交易很多时候要求有成熟的做市商(market maker)体系，扮演了交易所的角色
- 债券交易主要在OTC市场，如中国银行间债券市场

债券风险：利率风险

- 前面给出的债券价格计算公式依赖于市场利率（到期收益率），而该利率是不断变化的，从而会导致债券价格的不断变化利率变动导致的风险称为利率风险
- 均衡市场利率决定公式（t 到 $t+1$ 的市场利率）：

$$1+r_{t,t+1}=\left(\frac{\beta u'(Y_{t+1})}{u'(Y_t)}\right)^{-1}$$

- 宏观环境的变化会引起市场参与者跨期替代率的变化，从而导致市场利率的变化此外，还有很多因素可以导致市场利率的波动（流动性和其他突发事件）

债券风险：信用风险

- 固定收益证券面临的另外一类重要风险就是信用风险(credit risk)在很大程度上，信用风险是此类证券最重要的一种风险
- 前面给出的债券定价公式暗含的假设是债务人不会违约(default)，即债务人会一直按时足额偿付约定利息和本金
- 但在现实中，只有很少的债务人（如靠谱的国家中央政府）能够确保按时足额赔付
  - 历史上发生过多次国家（主权）债务危机，如阿根廷、墨西哥、俄罗斯，及近期的欧洲债务危机(PIIGS)
- 债券的其他风险包括流动性风险、通胀风险等

企业债的信用风险

- 假设一支企业债的基本结构为 (F,i,T)，（无风险）市场利率为 r_f，则 $P_f = A_{r_f}^T(iF) + F\left(1+r_f\right)^{-T}$
- 但如果该企业每一期都有 $p \in (0,1)$ 的概率违约，且违约后债权人得到的偿付为 0，则债券的价格为期望现金流的现值：

$$P = \sum_{t=1}^{T} \frac{(1-p)^t iF}{\left(1+r_f\right)^t} + \frac{(1-p)^T F}{\left(1+r_f\right)^T}$$
$$= A_r^T(iF) + F(1+r)^{-T} < P_f$$

其中 $r = \frac{1+r_f}{1-p} - 1$ 为调整过的市场利率

信用风险的度量

- 前面的例子表明，如果企业违约的可能不可忽略（信用风险大于0），那么企业债券的价格相比无风险情形会有一个折价，其大小反应了信用风险的大小
- 但通常而言，企业违约概率的大小很难直接测量相比而言，企业债券的交易价格可以直接观测因此，可以通过债券价格 P 计算出到期收益率 r，进而与无风险利率进行比较

$$r - r_f$$

该差值称为信用利差(credit spread)
- 信用利差是衡量违约风险的常用指标
- 前例中的信用利差为 $\frac{p}{1-p}(1 + r_f)$

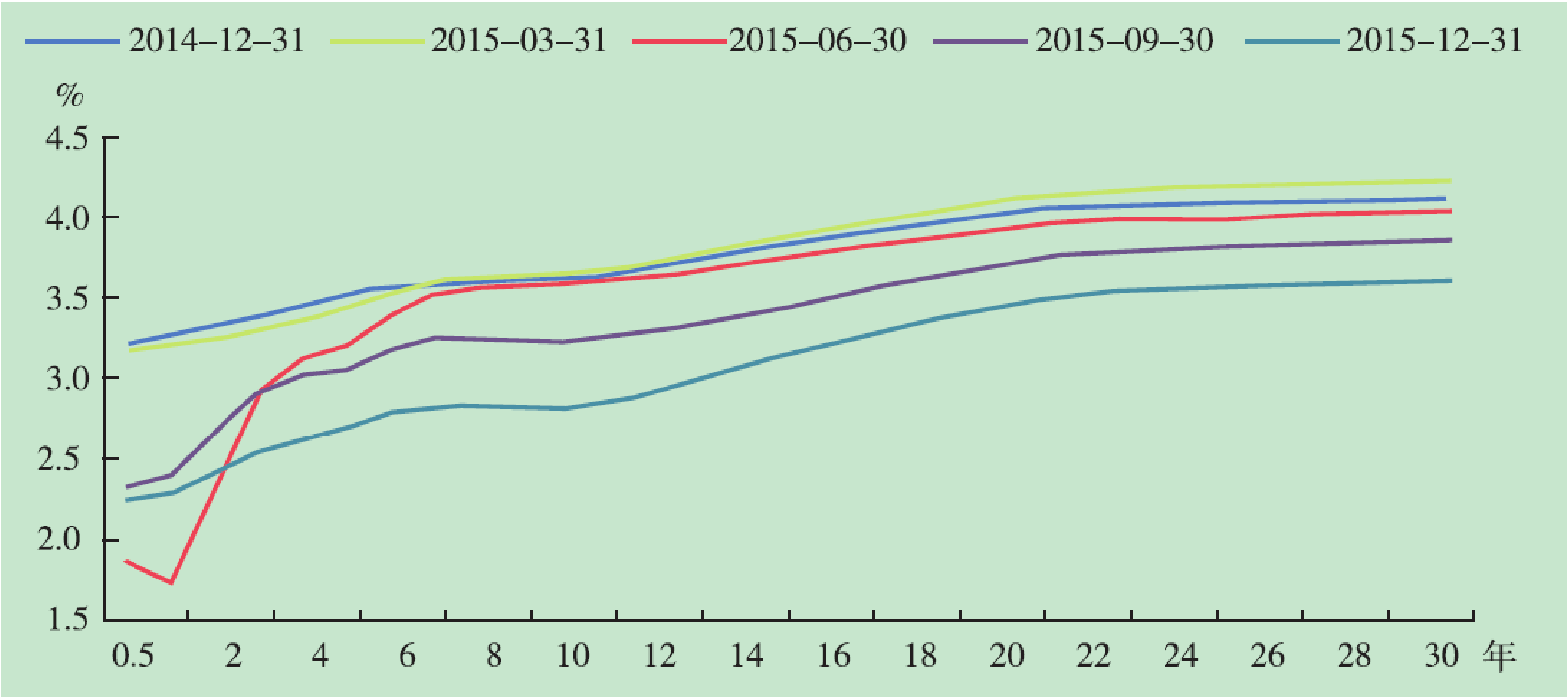
信用评级

- 尽管作为研究者或者市场观察者，我们可以通过债券价格评估其信用风险，但作为投资人，还是希望直接了解企业的信用风险
  - 对债券发行时的初级市场投资人而言，债券价值 P 反应了投资债券的初始成本从投资决策的角度看（NPV计算），希望能够对 P 进行合理定价
- 企业信用风险分析的专业机构成为信用评级机构 (credit agency)
  美国：S&P，Moody's，Fitch
  中国：东方金诚，新世纪，中诚信，联合，大公国际，鹏元等

利率期限结构与收益率曲线

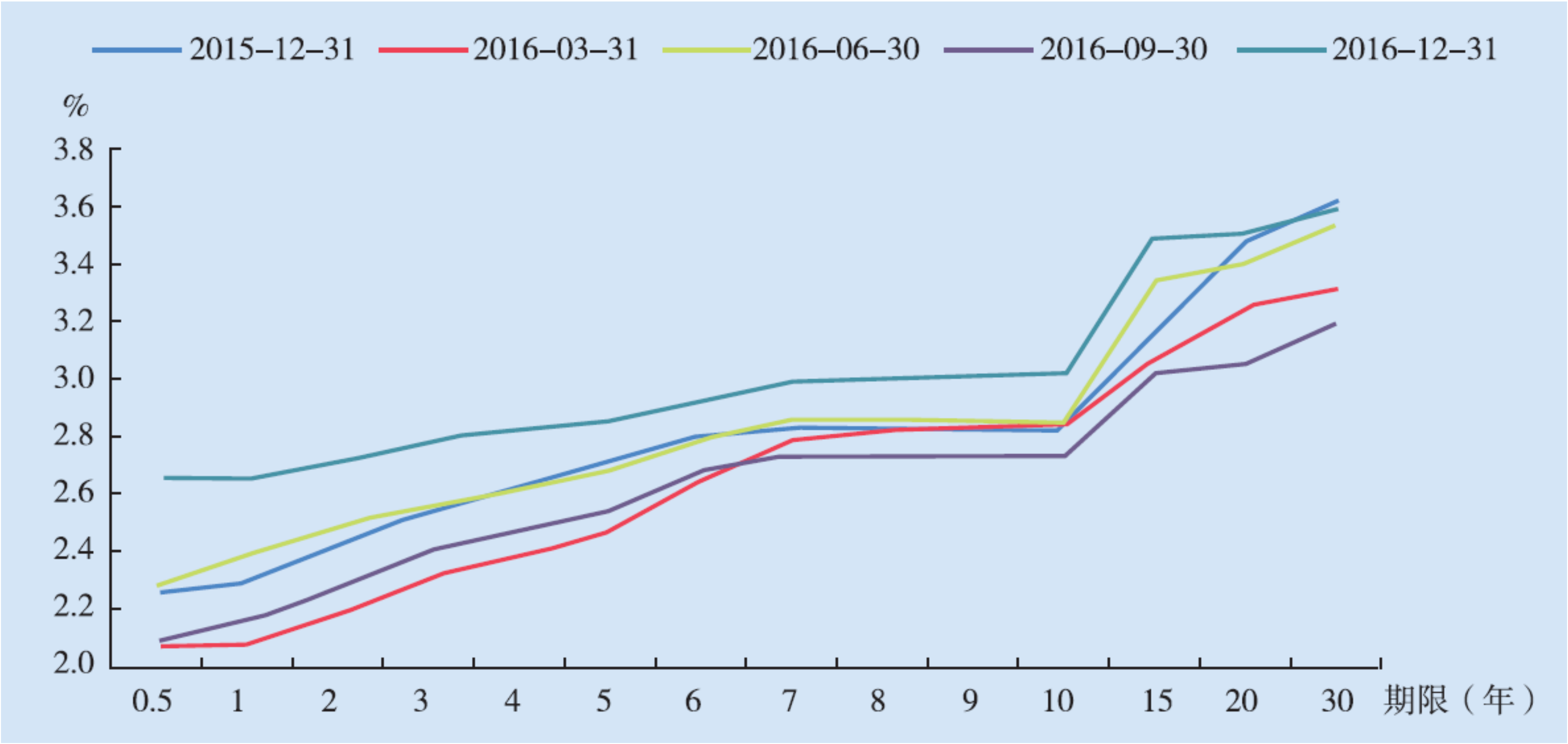
- 不同期限的国债其到期收益率可能不同：以 r_T 记期限为 T 的国债收益率，一般而言 r_T 随 T 递增；但短期利率的波动性一般大于长期利率
- 由于国债通常具有可忽略的信用风险，且流动性风险也极低，故国债的利率期限结构(term structure)——即长、短期债券收益率的结构——具有特别的重要意义
- 一般把不同期限国债收益率连接起来，称为收益率曲线(yield curve)
- 国债市场的一个重要功能是提供基准的收益率曲线

国债收益率曲线示例：2014年



数据来源：《中国金融稳定报告2015》

国债收益率曲线示例：2016年



数据来源：《中国金融稳定报告2017》

股票估值的基本思想

- 股票作为一种证券，其自身允诺的现金流是以股利(dividends)的形式按期发放，时间上没有明确的到期时限
- 假设一支股票的股利为一确定序列 $D_t, t = 1, \ldots, \infty$，合适的市场利率（折现率）为 r，则股票的现值为：

$$P = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+r)^t}$$

- 这一公式称为股票的股利折现（贴现）模型

股利折现模型：投资者视角

- 但如果投资者不是无限期的持有一支股票，则从该支股票获得的现金流是股利加最后卖出时的股票价格
- 为简单起见，假设持有一期，期末股票价格为 P_1，合适的市场利率仍为 r，则股票的现值为

$$P' = \frac{D_1 + P_1}{1 + r}$$

- 那么 P' 和前面得到的 P 有什么关系？
- 两者相等：

$$P' = \frac{D_1}{1 + r} + \frac{D_2 + P_2}{(1 + r)^2} = \cdots = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1 + r)^t} = P$$

股利增长

- 假设股利为常数 $D_t = D$，则有 $P = D/r$
  - 永续现金流公式
- 如果股利有增长，且增长率为常数 g，则股票价格为

$$P = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D(1+g)^{t-1}}{(1+r)^t} = \frac{D}{r-g}$$

前提条件是 $g < r$

- 类似的，还可以讨论分段的增长型股票价格公式
- 但重要的问题是增长率 g 如何确定；r 的确定同样重要（下一讲的内容）

股利增长率

- 假设企业没有进行外部融资，并且其盈利水平由其资产水平决定，则企业盈利及股利的增长只能来源于留存收益的增长这个想法可以表示为：

$$下一年的盈利 = 本年盈利 + \underbrace{本年留存收益 \times 留存收益收益率}_{盈利的增长}$$

- 如果股利/盈利比例不变，RR 为留存收益比率，则股利的增长率等于盈利的增长率：

$$g = RR \times 留存收益收益率$$

- 如果用 ROE 代表留存收益收益率，则有

$$g = RR \times ROE$$

增长机会

- 与股利增长率不同，企业还可以考虑将资金投入到带来盈利增长的投资机会中这样的投资项目称为增长机会(growth opportunity)
- 假设企业一开始所有盈利都以股利的形式发放，则股票价值为 $P = EPS/r$，EPS 为每股盈利
- 考虑下列情形：企业在 $t = 1$ 时可把盈利用来投资一个项目（净现值为 $NPVGO$），则股票价值为

$$P = \frac{EPS}{r} + NPVGO$$

- 当且仅当 $NPVGO > 0$ 时这样的投资才能提高股票价值；但是通常这样的投资都能增加未来的盈利与股利

最优留存比例

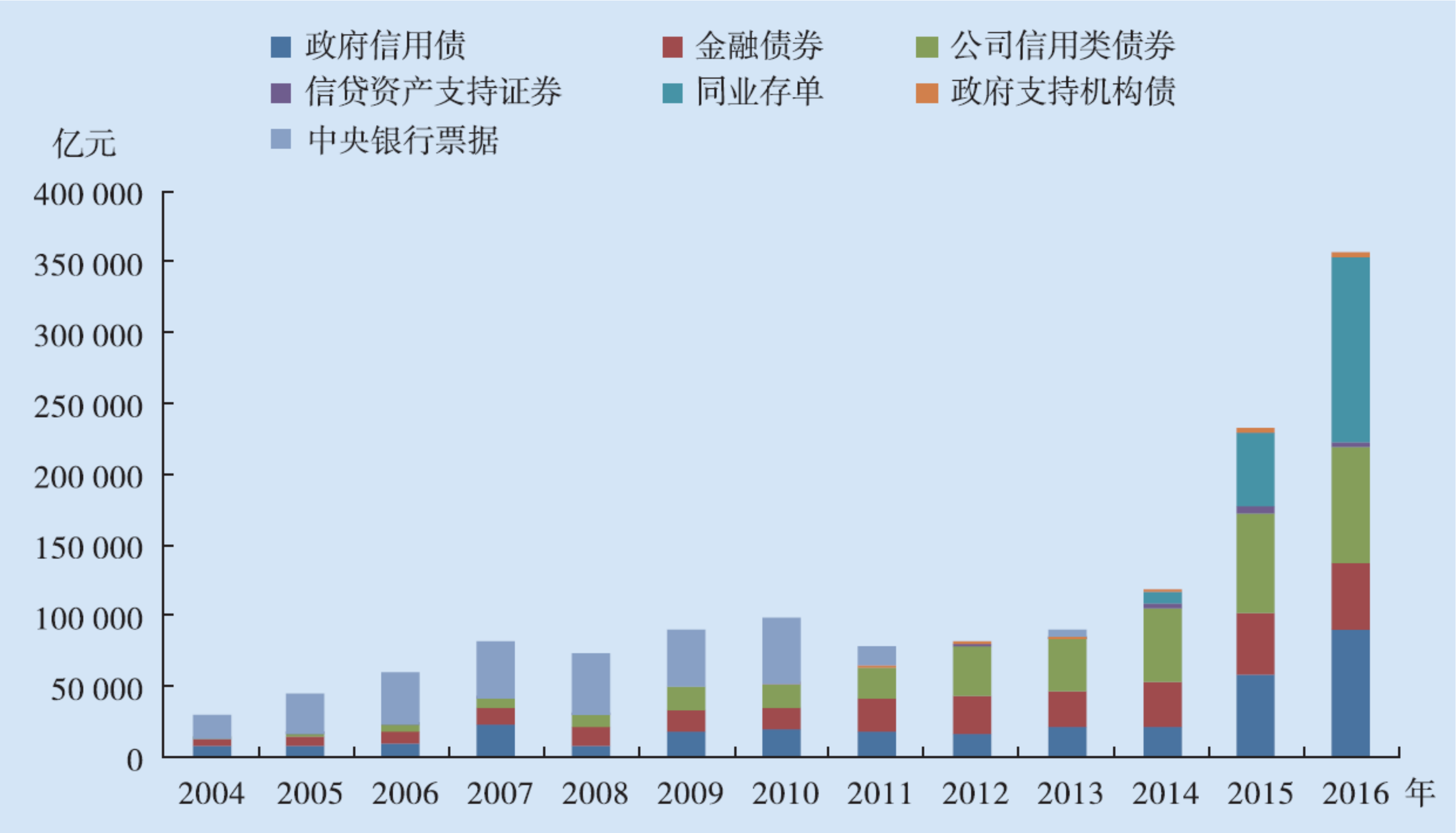
- 回到股利增长的讨论，给定 $g = RR \times ROE$，则企业股票价值表达式可写为：

$$P = \frac{D}{r - g} = \frac{(1 - RR) \times EPS}{r - RR \times ROE}$$

- 显然，当 $RR = 1$ 时，由于企业不发放股利，股价为 0；而当 $RR = 0$ 时，股利无增长（我们还在假设企业不进行外部融资）

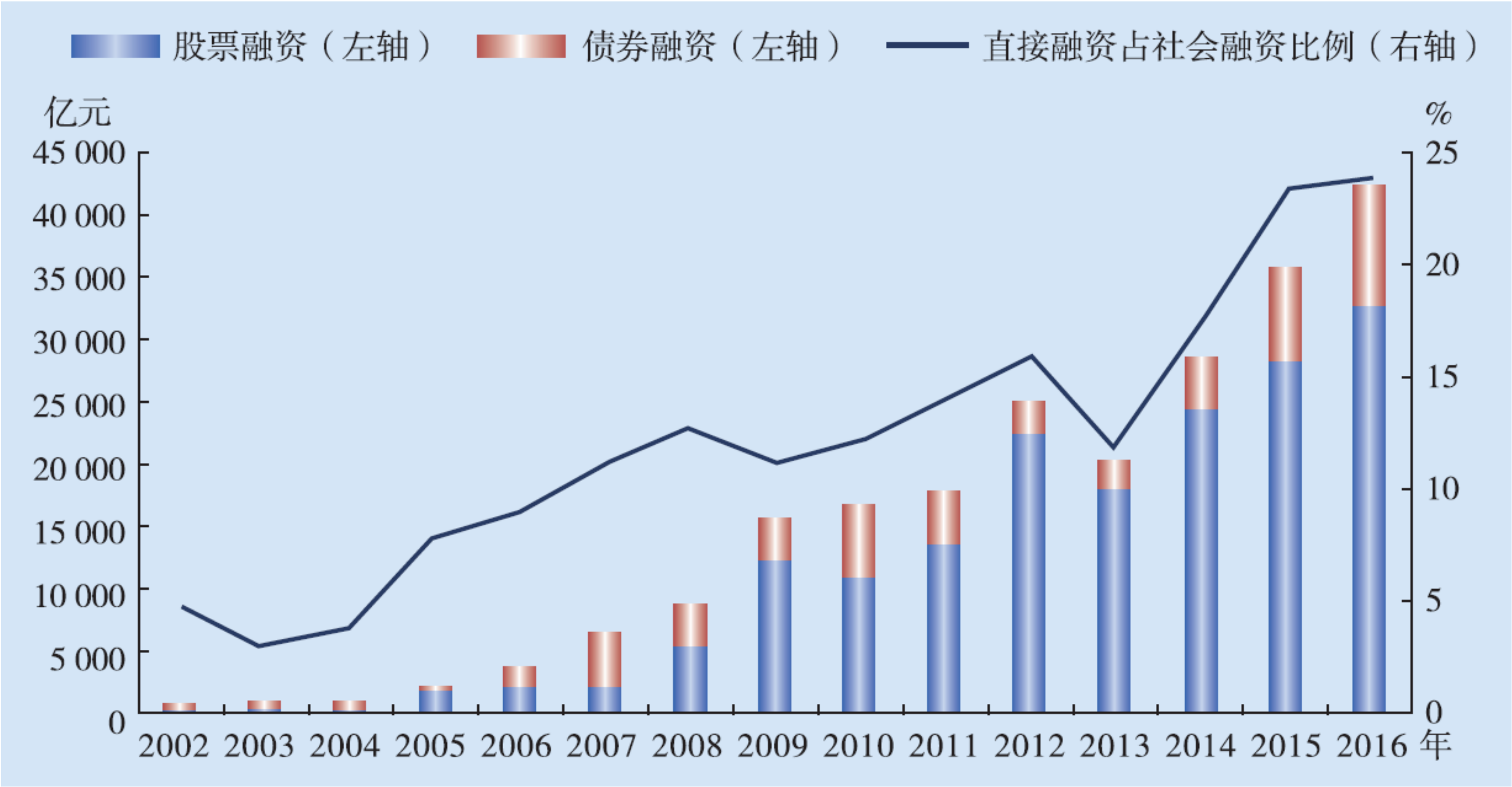
- 容易说明，当 $ROE < r$ 时，$RR^* = 0$
思考：当 $ROE \geq r$ 时，最优的 RR^* 是什么？

中国的债券市场变化



资料来源：《中国金融稳定报告2017》

企业直接融资的变化：股票加债券



数据来源：《中国金融稳定报告2017》

资产收益率

- 金融资产（证券）都可以计算持有期的收益率
- 假设资产第 t 期的现金流为 C_t；前一期现金流支付后资产的市场价格为 P_{t-1}，而当期现金流支付之后的市场价格为 P_t，则 $t-1$ 到 t 的资产持有收益率为

$$R_t = \frac{C_t + P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{C_t + P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

- 收益率的风险来源：
  C_t 本身的变动和价格 P_t, 的变动

股票收益率

- 具体到股票，习惯性区分两种收益率
- 股利收益率：D_t/P_{t-1}
- 资本利得收益率：$(P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$
- 股票收益率为这两部分的和：

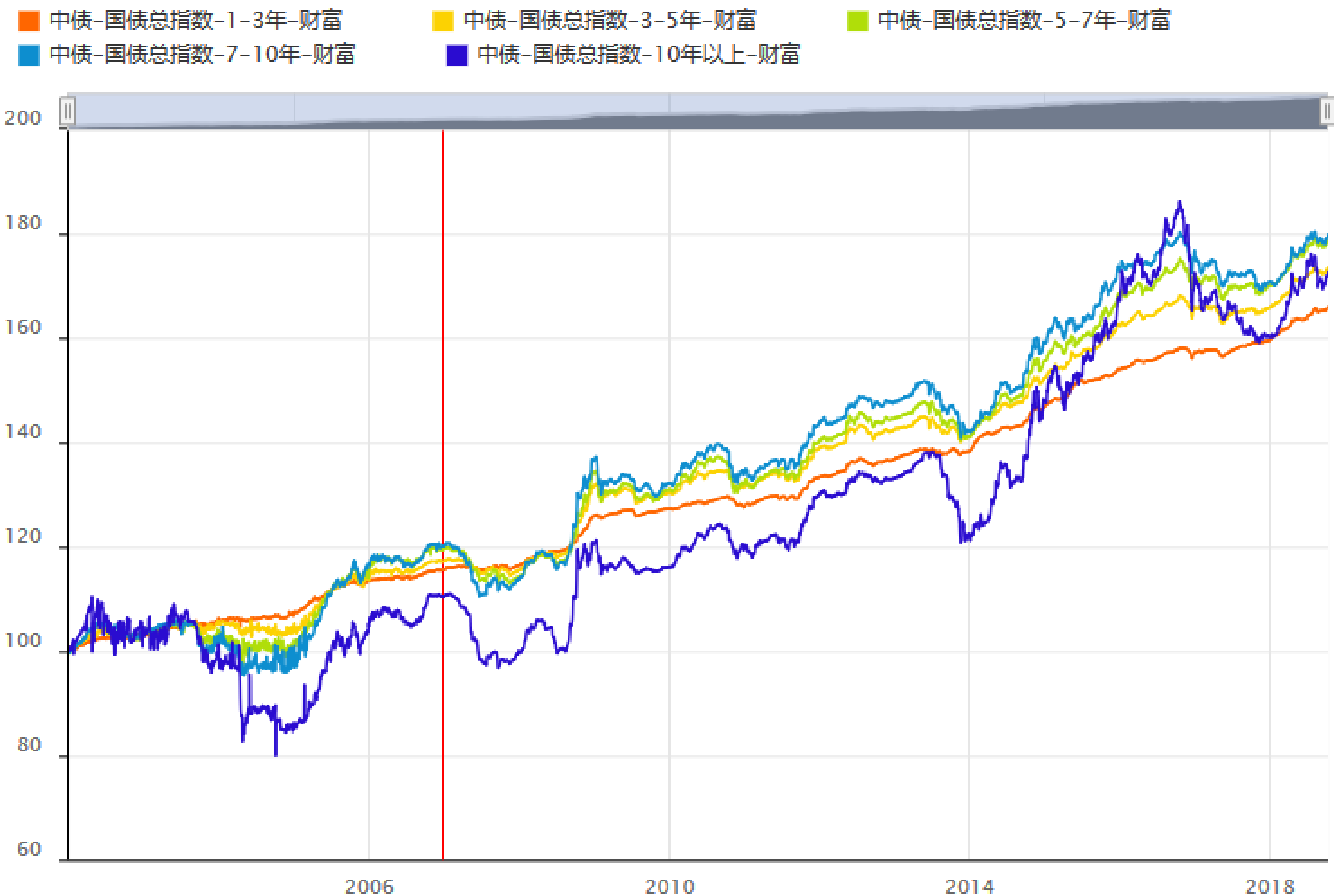
$$R_t = \frac{D_t}{P_{t-1}} + \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

- 在此基础上可定义持有期（累积）收益率：

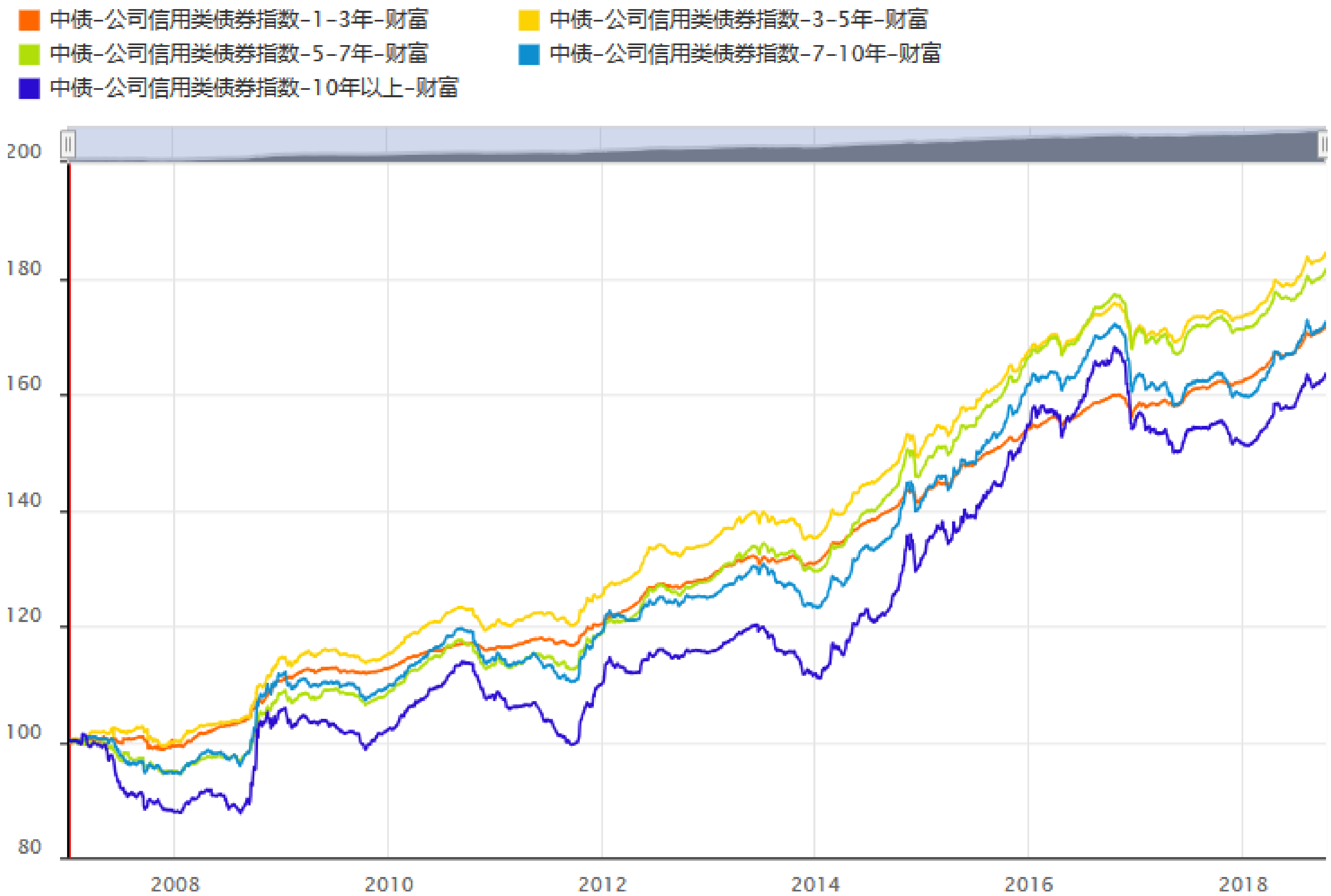
$$(1 + R_1) \times (1 + R_2) \times \cdots \times (1 + R_T) - 1$$

这一公式对所有资产均适用

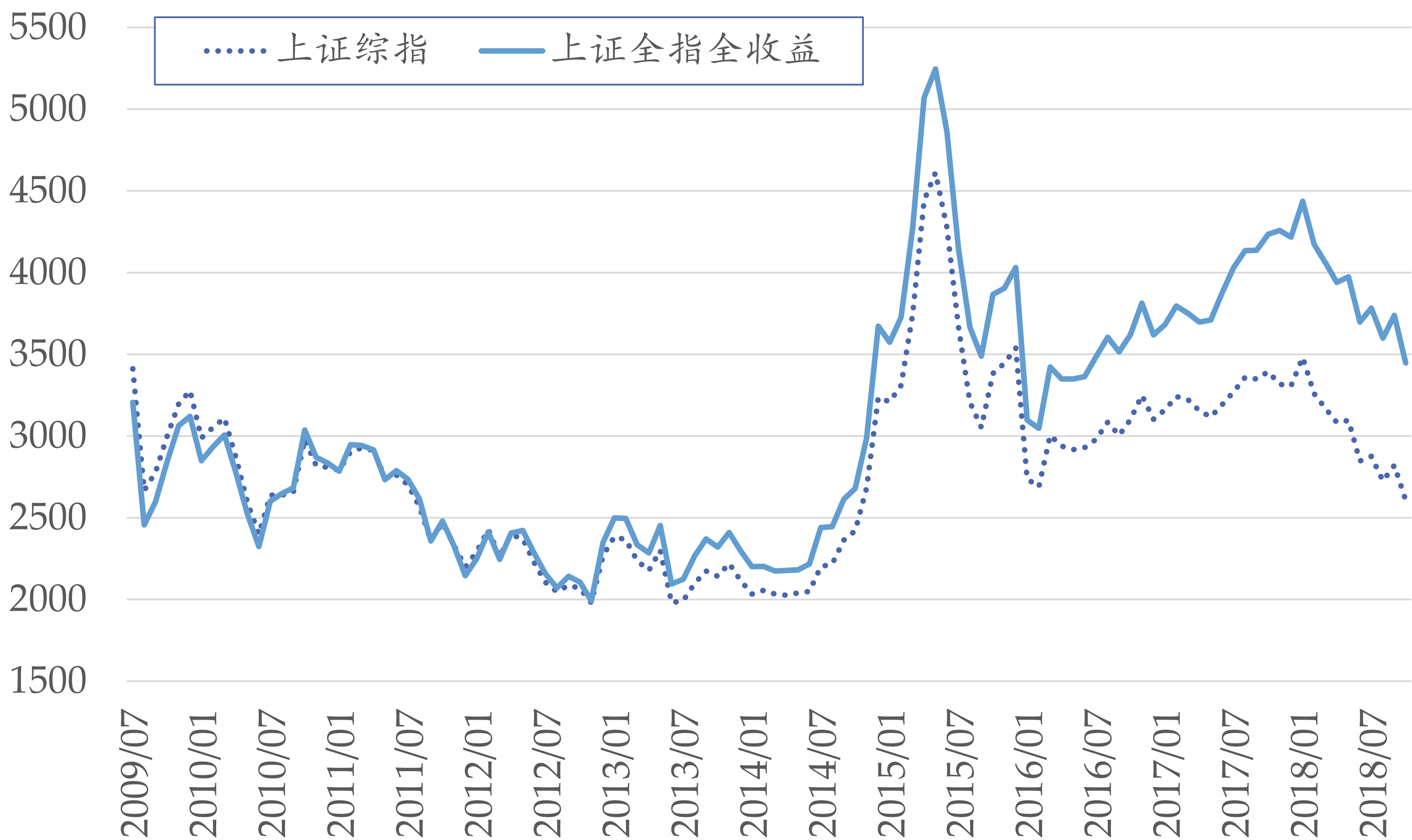
国债累积收益：2002-2018（中国债券网）



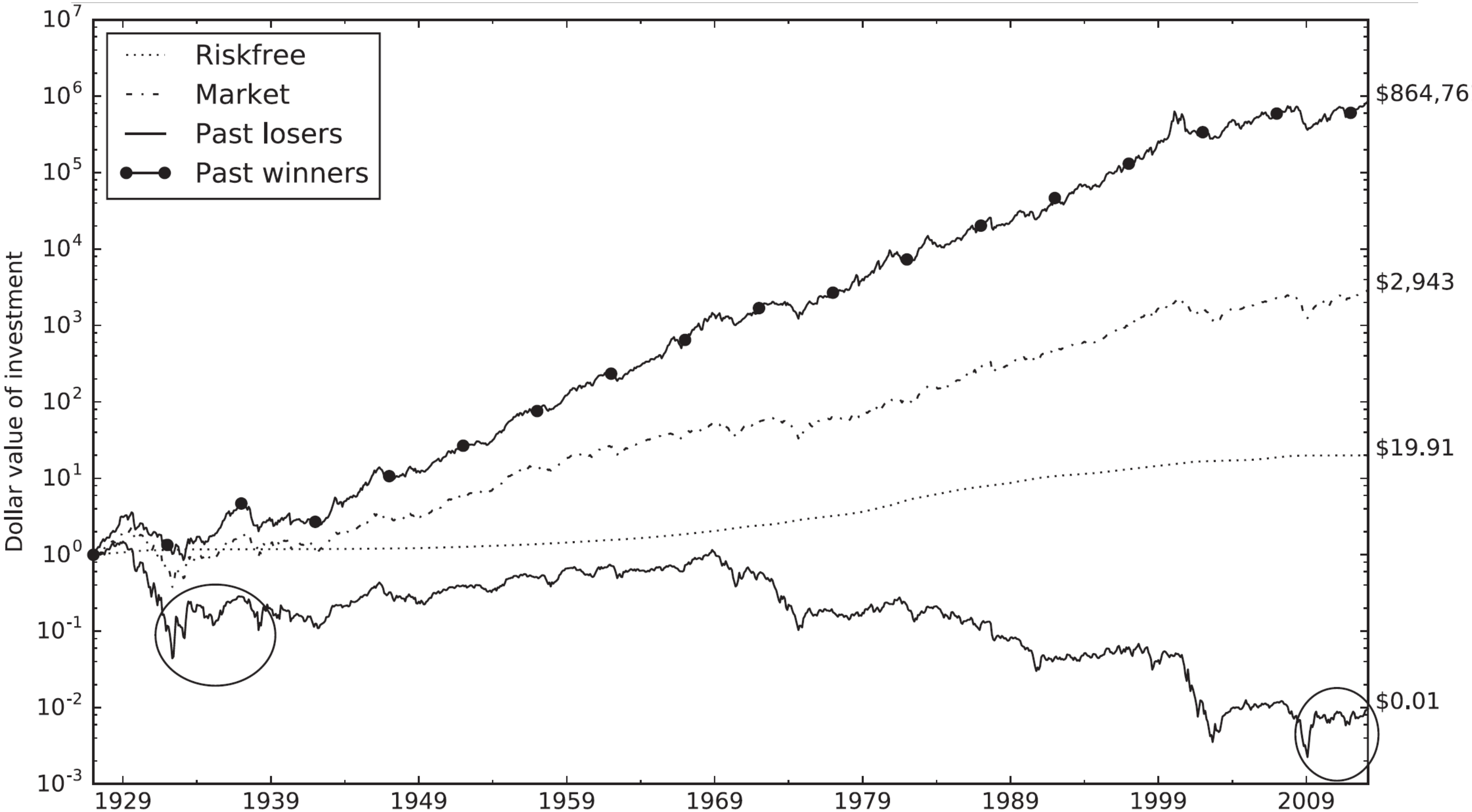
企业信用债累积收益：2007-2018



股票收益率：2009-2018（Wind）



美国证券市场累计收益



Daniel and Moskowitz 2016 JFE “Momentum Crashes”

收益率统计量

- 给定某一时期的收益率观测值：$R_t, t = 1, \ldots, T$
- 收益率样本平均：

$$\bar{R} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_t$$

- 收益率样本方差——度量风险的实用指标：

$$Var = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}(R_t - \bar{R})^2$$

- 收益率样本标准差：$SD = \sqrt{Var}$

标准差与正态分布

- 如果收益率比 R_t 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，那么有下述常用概率数值：

$$\Pr(-\sigma \le R_t-\mu \le \sigma) = 68.26\%$$
$$\Pr(-2\sigma \le R_t-\mu \le 2\sigma) = 95.44\%$$
$$\Pr(-3\sigma \le R_t-\mu \le 3\sigma) = 99.74\%$$

- 换言之，R_t 偏离总体均值超过 3σ 的概率为 0.26%
- 作为最简单的近似，可以使用样本均值估计总体均值 $\hat{\mu}=\bar{R}$，用样本标准差估计总体标准差 $\hat{\sigma}=SD$
- 美国 S&P-500 指数 1926-2008 年对应的平均收益率为 12.2%，标准差为 20.6%

几何平均收益率和算数平均收益率

- 给定收益率样本：$R_t, t = 1, \dots, T$
- 样本平均收益率是一个算数平均
- 我们还可以定义几何平均收益率：

$$R^g = [(1 + R_1) \times (1 + R_2) \times \cdots \times (1 + R_T)]^{1/T} - 1$$

这也就是累积收益对应的年化收益率

- 可以证明一般情况下 $R^g < \bar{R}$ （几何平均不等式）
- 但当样本值 R_t 都不大时，有 $R^g \approx \bar{R}$